АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
«ЯКУТСКИЙ ГУМАНИТАРНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

Одобрено на заседании
Педагогического совета
протокол № 5 от 28.04.2025 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по учебной работе
_______________ А.Д. Рабинович

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИКА

По специальности среднего профессионального образования
40.02.02 Правоохранительная деятельность
Уровень образования: основное общее образование
Форма обучения: очная

Якутск, 2025

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

1.1. Область применения программы

Программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (далее – ФГОС), федеральных государственных образовательных стандартов по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

1.2. Место учебной дисциплины в структуре примерной программы подготовки специалистов среднего звена:

Дисциплина «Математика» является профильной дисциплиной общеобразовательной подготовки.

1.3. Цели и задачи учебной дисциплины – требования к результатам освоения учебной дисциплины:

Цель преподавания дисциплины: формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики

Основные задачи курса:

развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих результатов:

Личностные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) российскую гражданскую идентичность, патриотизм, уважение к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение государственных символов (герб, флаг, гимн);

2) гражданскую позицию как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности;

3) готовность к служению Отечеству, его защите;

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

6) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

7) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

8) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

9) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

10) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

11) принятие и реализацию ценностей здорового и безопасного образа жизни, потребности в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков;

12) бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью, как собственному, так и других людей, умение оказывать первую помощь;

13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

14) сформированность экологического мышления, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

15) ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

Предметные требования:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей.
- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.

уметь:

- владение методами доказательств и алгоритмов решения;
- умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
- применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Перечень рекомендуемых результатов:

1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

9) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

10) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

11) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

12) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

13) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

1.4. Количество часов, отведённое на освоение программы общеобразовательной дисциплины

Максимальная учебная нагрузка обучающегося 322 час, в том числе: 208 часов – лекционные занятия, 114 часов – практические занятия, промежуточная аттестация – 18 часов. Форма контроля – дифференцированный зачет. Экзамен.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем общеобразовательной учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	семестр		Итого по дисциплине
	1	2	

Максимальная учебная нагрузка (всего):	**125**	**215**	340
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:	**116**	**206**	**322**
лекции	**76**	**132**	**208**
практические занятия	40	74	114
контрольные работы			
Промежуточной аттестация в форме	**Диф. зачет**	**экзамен**	**18**

2.2. Примерный тематический план и содержание учебной дисциплины Математика

наименование

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект) *(если предусмотрены)*	Объем часов	Уровень освоения
1	2	3	4
Раздел 1.	**Действительные числа**		
Тема 1.1. Действительные числа	Содержание учебного материала.	*16*	
	Целые и рациональные числа. *Действительные числа.* *Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.* *Арифметический корень натуральной степени.* *Степень с рациональным и действительным показателями.*		*1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *10*	
Раздел 2.	**Степенная функция**		
Тема 2.1. Степенная функция	Содержание учебного материала.	*16*	
	Степенная функция, её свойства и график. *Взаимно обратные функции.* *Равносильные уравнения и неравенства.* *Иррациональные уравнения.* *Иррациональные неравенства.*		*1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *10*	
Раздел 3.	**Показательная функция**		
Тема 3.1. Показательная функция	Содержание учебного материала.	*12*	
	Показательная функция, её свойства и график. *Показательные уравнения.* *Показательные неравенства.* *Системы показательных уравнений и неравенств.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция:	*4* *8*	

	Самостоятельная работа обучающихся:		
Раздел 4.	**Логарифмическая функция**		
Тема 4.1. Логарифмическая функция	Содержание учебного материала.	*18*	
	Логарифмы. *Свойства логарифмов.* *Десятичные и натуральные логарифмы.* *Логарифмическая функция, её свойства и график.* *Логарифмические уравнения.* *Логарифмические неравенства.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *12*	
Раздел 5.	**Тригонометрические формулы**		
Тема 5.1. Тригонометрические формулы	Содержание учебного материала.	*34*	
	Радианная мера угла. *Поворот точки вокруг начала координат.* *Определение синуса, косинуса и тангенса угла.* *Знаки синуса, косинуса и тангенса.* *Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла.* *Тригонометрические тождества.* *Синус, косинус и тангенс углов α и –α.* *Формулы сложения.* *Синус, косинус и тангенс двойного угла.* *Формулы приведения.* *Сумма и разность синусов.* *Сумма и разность косинусов.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*8* *24*	
Раздел 6.	**Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей**		
Тема 6.1. Параллельность прямых и плоскостей	Содержание учебного материала.	*18*	
	Введение в стереометрию *Параллельность прямых, прямой и плоскости.* *Взаимное расположение прямых в пространстве.*		*2,3*

	Параллельность плоскостей. *Тетраэдр и параллелепипед.*		
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *12*	
Обобщающее повторение	Обобщающее повторение курса математики за 1 семестр.	*2*	
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*1* - -	
Зачет	Зачетное занятие	***1***	
1	2	***3***	
Раздел 7.	**Перпендикулярность прямых и плоскостей**		
Тема 7.1. Перпендикулярность прямых и плоскостей	Содержание учебного материала.	*10*	
	Перпендикулярность прямой и плоскости. *Перпендикуляр и наклонные..* *Двугранный угол.*	-	*1,2,3* *1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*2* *8*	
Раздел 8.	**Многогранники**		
Тема 8.1. Многогранники	Содержание учебного материала.	*12*	
	Понятие многогранника. *Призма. Пирамида.* *Правильные многогранники.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*4* *8*	
Раздел 9.	**Тригонометрические уравнения и функции**		
Тема 9.1. Тригонометрические	Содержание учебного материала.	*22*	
	Уравнение cos x=a.		*1,2,3*

уравнения	*Уравнение sin x =a.* *Уравнение tg x =a.* *Решения тригонометрических уравнений.* *Примеры решения простейших тригонометрических неравенств.*		
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*10* *12*	
	Тригонометрические функции		
Тема 9.2. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала.	*22*	
	Область определения и множество значений тригонометрических функций. *Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций.* *Свойства функции y=cos x и ее график.* *Свойства функции y=sin x и ее график.* *Свойства функции y=tg x и ее график.* *Обратные тригонометрические функции.*		*1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*10* *12*	
Раздел 10.	**Производная**		
Тема 10.1. Производная и ее геометрический смысл	Содержание учебного материала.	*18*	
	Производная. *Производная степенной функции.* *Правила дифференцирования.* *Производные некоторых элементарных функций.* *Геометрический смысл производной.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *12*	
Тема 10.2. Применение производной к исследованию функций	Содержание учебного материала.	*18*	
	Возрастание и убывание функции. *Экстремумы функции.* *Применение производной к построению графиков функций.* *Наибольшее и наименьшее значения функции.* *Выпуклость графика функции, точки перегиба.*		*2,3*

	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *12*	
Раздел 11.	**Интеграл**		
Тема 11.2. Интеграл	Содержание учебного материала.	*22*	
	Первообразная. *Правила нахождения первообразных.* *Площадь криволинейной трапеции и интеграл.* *Вычисление интегралов.* *Применение производной и интеграла к решению практических задач.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*10* *12*	
Раздел 12.	**Векторы в пространстве**		
Тема 12.1. Векторы в пространстве	Содержание учебного материала.	*10*	
	Понятие вектора в пространстве. *Сложение и вычитание векторов.* *Компланарные векторы.*		*1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*2* *8* -	
Раздел 13.	**Метод координат в пространстве. Движения.**		
Тема 13.1. Метод координат в пространстве. Движения.	Содержание учебного материала.	*10*	
	Координаты точки и координаты вектора. *Скалярное произведение векторов.* *Движения.*		*1,2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*2* *8* -	
Раздел 14.	**Цилиндр. Конус. Шар.**		
Тема 14.1. Цилиндр. Конус. Шар.	Содержание учебного материала.	*10*	
	Цилиндр. *Конус.* *Сфера.*		*2,3*
	Практическая работа:	*2*	

	Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*8* -	
Раздел 15.	**Объемы тел.**		
Тема 15.1. Объемы тел.	Содержание учебного материала.	*14*	
	Объем прямоугольного параллелепипеда. *Объемы прямой призмы и цилиндра.* *Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса.* *Объем шара и площадь сферы.*		*2,3*
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	*6* *8*	
Раздел 16.	**Комбинаторика**		***2, 3***
Тема 16.1. Комбинаторика.	Содержание учебного материала.	16	
	Правило произведения. *Перестановки.* *Размещения.* *Сочетания и их свойства.* *Бином Ньютона.*		
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	6 12 -	
Раздел 17.	**Элементы теории вероятности и статистики**		***2, 3***
Тема 17.1. Элементы теории вероятности и статистики.	Содержание учебного материала.	22	
	События. *Комбинация событий. Противоположное событие.* *Вероятность события.* *Сложение вероятностей.* *Независимые события. Умножение вероятностей.* *Статистическая вероятность.* *Случайные величины.* *Центральные тенденции.* *Меры разброса.*		
	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	8 11	

Поготовка к экзамену	Практическая работа: Лекция: Самостоятельная работа обучающихся:	**1**	
	ВСЕГО:	**322**	

1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Перечень основного оборудования, наглядных пособий

- комплект мебели для преподавателя (1 стул, 1 стол);
- комплект мебели для обучающегося (38 столов, 76 стульев);
- жалюзи (8);
- доска аудиторная (1);
- мультимедийный проектор;
- комплект наглядных пособий по предмету;
- облучатель -рециркулятор бактерицидный для обеззараживания воздуха «Air Rec»

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Алгебра и начала математического анализа:10-11 классы: учебник /Ш.А. Алимов.-М.: Просвещение, 2023
2. Геометрия: 10-11 классы: учебник: базовый уровень/Л.С. Атанасян.-М.: Просвещение, 2023

Дополнительные источники:

1. Солтан, Г.Н., Геометрия для самоподготовки: 10-й класс : пособие для учащихся учреждений общего среднего образования - Минск : Вышэйшая школа, 2016. – [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450359

Интернет-ресурсы:

1. Портал для учителей, педагогов и преподавателей «Инфоурок» - Режим доступа: https://infourok.ru
2. Портал для школьников «Всем, кто учится» - Режим доступа: http://www.alleng.ru
3. Обучающий сайт «Математика - это просто!» – Режим доступа: http://easymath.com.ua/

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Раздел (тема) учебной дисциплины	**Результаты** (освоенные умения, усвоенные знания)	**Основные показатели результатов подготовки**	**Формы и методы контроля**
Тема 1.1. Действительные числа	Уметь: умение применять методы доказательства и алгоритмы решения, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; знаний основных теорем, формул и умения их применять Знать: сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира; сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Дифференцированный зачет.
Тема 2.1. Степенная функция	Уметь: владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных,	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Дифференцированный зачет.

	показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.		
Тема 3.1. Показательная функция	Уметь: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Дифференцированный зачет.

Тема 4.1. Логарифмическая функция	Уметь: владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей Знать: сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Дифференцированный зачет.
Тема 5.1. Тригонометрические формулы	Уметь: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Дифференцированный зачет.
Тема 6.1. Параллельность прямых и	Уметь: применение изученных свойств	Формулирование Выполнен	Тест. Практическая работа.

плоскостей	геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	ие Нахождение	Проверочная работа. Зачет.
Тема 7.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей	Уметь: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации,	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Зачет.

	исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;		
Тема 8.1. Многогранники	Уметь: - применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Зачет.

	Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;		
Тема 9.1. Тригонометрические уравнения	Уметь: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; знаний основных теорем, формул и умения их применять; Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Контрольная работа. Экзамен
Тема 9.2. Тригонометрические функции	Уметь: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных,	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.		
Тема 10.1. Производная и ее геометрический смысл	Уметь: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; Знать: : сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.		
Тема 10.2. Применение производной к исследованию функций	Уметь: владение методами доказательств и алгоритмов решения; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; Знать: сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен
Тема 11.2. Интеграл	Уметь: владение методами доказательств и алгоритмов решения; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; Знать: сформированность	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.		
Тема 12.1. Векторы в пространстве	Уметь: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;		
Тема 13.1. Метод координат в пространстве. Движения.	Уметь: - применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен
Тема 14.1. Цилиндр. Конус. Шар.	Уметь: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;		
Тема 15.1. Объемы тел.	Уметь: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный	Формулирование Выполнение Нахождение	Тест. Практическая работа. Проверочная работа. Экзамен

	результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; Знать: владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;		
Тема 16.1. Комбинаторика.	Уметь: владение методами доказательств и алгоритмов решения; знаний основных теорем, формул и умения их применять; Знать: сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики;	Формулирование Выполнение Нахождение	Практическая работа. Экзамен
Тема 17.1. Элементы теории вероятности и статистики.	Уметь: умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики	Формулирование Выполнение Нахождение	Практическая работа. Экзамен

	случайных величин; владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению. Знать: сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; знаний основных теорем, формул и умения их применять		

5. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

НЕ ПРЕДУСМОТРЕНЫ

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Общие положения

Результатом освоения учебной дисциплины являются освоенные умения и усвоенные знания, направленные на формирование общих компетенций.

Формой аттестации по учебной дисциплине является дифференцированный зачет в первом семестре и экзамен во втором семестре.

Компетенции, формируемые у обучающегося в результате освоения дисциплины: не предусмотрены

Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Освоенные умения

В результате контроля и оценки по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей.
- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- владение методами доказательств и алгоритмов решения;
- умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
- применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Результаты (освоенные компетенции)	**Основные показатели результатов подготовки**	**Формы и методы контроля**
сформированность представлений о математике как части	- демонстрация знаний о сущности математических понятий и методов.	*Тесты* *Дифференцированный зачет*

мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира		
сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий	- демонстрация знаний о сущности математических понятий и методов; - понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.	*Тесты* *Дифференцированный зачет*
владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	- демонстрация владения методами доказательств и алгоритмов решения; - демонстрация умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	*Тесты* *Практические задания* *Дифференцированный зачет*
владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем	- демонстрация владения стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;	*Тесты* *Практические задания* *Дифференцированный зачет*
сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа	- демонстрация сформированности представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.	*Тесты* *Практические задания* *Дифференцированный зачет*
владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность	- демонстрация владения основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; - демонстрация умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;	*Тесты* *Практические задания* *Зачет*

умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием	- демонстрация применения изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.	
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;	- демонстрация сформированности представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; - демонстрация умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;	*Практические задания* *Дифференцированный зачет*
сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	- демонстрация знаний основных теорем и формул математики.	*Тесты* *Дифференцированный зачет*
сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	- демонстрация знаний о сущности математических понятий и методов; - демонстрация знаний основных теорем и формул математики; - демонстрация умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач.	*Тесты* *Дифференцированный зачет*
сформированность умений моделировать	- демонстрация умений моделировать реальные ситуации,	*Тесты* *Практические*

реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;	исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;	*задания* *Дифференцированный зачет*
сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;	- демонстрация знаний основных теорем и формул математического анализа; - демонстрация навыков исследования функций с помощью производных и графического изображения графиков функций; - демонстрация навыков нахождения площадей криволинейных трапеций с помощью интеграла.	*Тесты* *Практические задания* *Дифференцированный зачет*
сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа	- демонстрация сформированности представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.	*Тесты* *Практические задания* *Дифференцированный зачет*
владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.	- демонстрация владения умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; - демонстрация умения исследования случайных величин по их распределению.	*Практические задания* *Зачет*

6.1.Программа оценивания контролируемой компетенции:

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
Тема 1.1. Действительные числа	сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира; сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики	• Тест 1. Действительные числа • Тест 2. Действительные числа • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
	умение применять методы доказательства и алгоритмы решения, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;сформированность знаний основных теорем, формул и умения их применять	• Практические задания по теме «Действительные числа» • Практические задания по теме «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия» • Проверочная работа №1. Действительные числа. • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
Тема 2.1. Степенная функция	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 3. Степенная функция. • Тест 4. Иррациональные уравнения и неравенства • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать	• Практические задания по теме "Обратные функции" • Практические задания по о теме "Иррациональные уравнения и неравенства" • Проверочная работа №2. Степенная функция. • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей	
Тема 3.1. Показательная функция	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 5. Показательная функция • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей	• Практические задания по теме "Показательные уравнения и неравенства". • Проверочная работа №3. Показательные уравнения и неравенства • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
Тема 4.1. Логарифмическая функция	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 6. Логарифмическая функция • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных,	• Практические задания по теме "Логарифмическая функция" • Проверочная работа № 4 по теме ".логарифмическая функция" • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей	
Тема 5.1. Тригонометрические формулы	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 7. Тригонометрические формулы • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат" • Практические задания по теме "Тригонометрические формулы" • Проверочная работа №5 по теме «Тригонометрические формулы» • Дифференцированный зачет за 1 первый семестр
Тема 6.1. Параллельность прямых и плоскостей	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических	• Тест 8. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. • Зачет по теме «многогранники»

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Параллельность прямых, прямой и плоскости" • Практические задания по теме "Взаимное расположение прямых в пространстве" • Практические задания по теме "Тетраэдр и параллелепипед" • Проверочная работа №6 по теме "Параллельность прямых и плоскостей" • Проверочная работа №7 по теме "Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед." • Зачет по теме «многогранники»
Тема 7.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	• Тест 8. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. • Зачет по теме «многогранники»
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность	• Зачет по теме «многогранники»

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	
Тема 8.1. Многогранники	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	• Тест 9. Многогранники • Зачет по теме «многогранники»
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Многогранники". • Проверочная работа №8 по теме "Многогранники" • Зачет по теме «Многогранники»
Тема 9.1. Тригонометрические уравнения	сформированность представлений об основных понятиях	• Тест 10. Тригонометрические уравнения • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	математического анализа и их свойствах.	
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; знаний основных теорем, формул и умения их применять;	• Практические задания по теме "Тригонометрические уравнения" • Проверочная работа №9 по теме «Тригонометрические уравнения» • Экзамен за 2 семестр
Тема 9.2. Тригонометрические функции	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 11. Тригонометрические функции • Экзамен за 2 семестр
	владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей	• Практические задания по теме "Тригонометрические функции" • Проверочная работа №10 "Свойства и графики тригонометрических функций" • Экзамен за 2 семестр
Тема 10.1. Производная и ее геометрический смысл	сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; сформированность представлений об основных понятиях	• Тест 12. Производная. Правила дифференцирования • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	математического анализа и их свойствах.	
	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;	• Практические задания по теме "Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций" • Практические задания по теме "Геометрический смысл производной" • Проверочная работа №11 по теме: «Производная» • Экзамен за 2 семестр
Тема 10.2. Применение производной к исследованию функций	сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	• Тест 13. «Исследование функции с помощью производной» • Экзамен за 2 семестр
	владение методами доказательств и алгоритмов решения; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;	• Практические задания по теме "Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции." • Практические задания по теме " Применение производной к построению графиков функций." • Практические задания по теме " Выпуклость графика функции, точки перегиба." • Экзамен за 2 семестр
Тема 11.2. Интеграл	сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических	• Тест 14. Первообразная и интеграл • Вопросы по теме «Первообразная. Интеграл» • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах.	
	владение методами доказательств и алгоритмов решения; владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;	• Практические задания по теме "Первообразная" • Практические задания по теме "Площадь криволинейной трапеции" • Практические задания по теме "Вычисление интегралов" • Практические задания по теме " Применение производной и интеграла к решению практических задач." • Проверочная работа №12 по теме «Интеграл» • Экзамен за 2 семестр
Тема 12.1. Векторы в пространстве	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	• Тест 15. Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения. • Вопросы по теме "Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения." • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения." • Проверочная работа №13 по теме: «Векторы в пространстве» • Экзамен за 2 семестр
Тема 13.1. Метод координат в пространстве. Движения.	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	• Тест 15. Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения. • Экзамен за 2 семестр
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать	• Практические задания по теме "Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения" • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	
Тема 14.1. Цилиндр. Конус. Шар.	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	• Тест 16. Цилиндр. Конус. Шар. • Экзамен за 2 семестр
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Цилиндр. Конус. Шар." • Проверочная работа №14 по теме "Цилиндр. Конус. Шар." • Экзамен за 2 семестр
Тема 15.1. Объемы тел.	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность	• Тест 17. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. • Тест 18. Объем прямой призмы и цилиндра. • Тест 19. Объем шара и площадь сферы. • Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;	
	применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;	• Практические задания по теме "Объемы тел" • Проверочная работа №15 по теме «Объемы тел» • Экзамен за 2 семестр
Тема 16.1. Комбинаторика.	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики;	Экзамен за 2 семестр
	владение методами доказательств и алгоритмов решения; знаний основных теорем, формул и умения их применять;	• Практические задания по теме «Комбинаторика» • Экзамен за 2 семестр
Тема 17.1. Элементы теории вероятности и статистики.	сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный	Экзамен за 2 семестр

Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Контролируемый результат	Представление оценочного средства в фонде
	характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; знаний основных теорем, формул и умения их применять	
	умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.	• Практические задания по теме « Элементы теории вероятности и статистики» • Экзамен за 2 семестр

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. дифференцированный зачет/ экзамен

Дифференцированный зачет по математике за 1 семестр

1 вариант

1. **Вычислите значение выражения:**

а) $\frac{\sqrt[3]{375}}{\sqrt[3]{3}}$ б) $\sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{6\frac{3}{4}}$ в) $9^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{11}{3}} \div 2^{\frac{5}{3}}$

г) $\log_{14} 196$ д) $\log_6 648 - \log_6 3$ е) $\log_8 4 + \log_8 128$ ж) $15^{\log_{15} 2}$

2. **Сравните значения выражений:**

а) $\log_2 23$ и $\log_2 25$ б) $0{,}2^7$ и $0{,}2^8$

3. **Решите уравнение:**

а) $\sqrt{-3 - x + x^2} = 3$ б) $8^{5x+2} = 64$

в) $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$

г) $5^{2x-1} = 25^{2-x}$

д) $x-1=\sqrt{x+11}$

4. Решите неравенство:

а) $\log_{0,2}(3x-5) \succ \log_{0,2}(x+1)$

б) $6^{x-2} \geq \dfrac{1}{36}$

5. Найдите значение выражения:

$$5\cos\frac{\pi}{2} - 4ctg\frac{\pi}{4} - 5\sin\frac{\pi}{6} + 7tg\frac{\pi}{4}$$

2 вариант

1. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt[5]{4^5 \cdot 3^{10}}$ б) $\sqrt[3]{11\frac{1}{4}} \div \sqrt[3]{3\frac{1}{3}}$ в) $5^{\frac{10}{3}} \div 5^{\frac{4}{3}} - 4^{\frac{6}{5}} \cdot 4^{\frac{4}{5}}$

г) $\log_{12} 144$ д) $\log_8 16 + \log_8 4$ е) $\log_3 81 - \log_3 27$ ж) $7^{\log_7 5}$

2. Сравните значения выражений:

а) $\log_2 3$ и $\log_2 2{,}5$ б) $5{,}3^{0,7}$ и $5{,}3^{0,8}$

3. Решите уравнение:

а) $\sqrt{7x-x^2-9}=1$ б) $5^{2x+5}=1$

в) $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1$

г) $4^{x-2}=16^{x-1}$

д) $\sqrt{1-x}=x+1$

4. Решите неравенство:

а) $\log_3(2x-3) \prec \log_3(x+1)$

б) $5^{x-2} \geq 25$

5. Найдите значение выражения:

$$5\sin\frac{\pi}{4} + 3tg\frac{\pi}{4} - 5\cos\frac{\pi}{4} - 10ctg\frac{\pi}{4}$$

3 вариант

1. Вычислите значение выражения:

а) $\sqrt[7]{3^7 \cdot 8^7}$ б) $\sqrt[3]{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{1\frac{7}{9}}$ в) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} - 4^{\frac{3}{4}} \cdot 4^{\frac{9}{4}}$

г) $\log_{11} 121$ д) $\log_7 196 - \log_7 4$ е) $\log_5 10 - \log_5 250$ ж) $9^{\log_9 4}$

2. Сравните значения выражений:

а) $\log_{\frac{5}{8}} 4$ и $\log_{\frac{5}{8}} \frac{1}{4}$ б) $0{,}1^8$ и $0{,}1^9$

2. Решите уравнение:

а) $\sqrt{-3-x+x^2}=3$ б) $8^{5x+2}=64$

в) $\log_3(x-2)+\log_3(x+6)=2$

г) $5^{2x-1}=25^{2-x}$

д) $x-1=\sqrt{x+11}$

3. Решите неравенство:

а) $\log_3(x+2)<3$

б) $5^{x-1} \leq \sqrt{5}$

4. Найдите значение выражения:

$$\left(2tg\frac{\pi}{6}-tg\frac{\pi}{3}\right)\div\cos\frac{\pi}{6}$$

4 вариант

1. **Вычислите значение выражения:**

а) $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$ б) $\sqrt[4]{\frac{4}{9}}\cdot\sqrt[4]{7\frac{1}{9}}$ в) $5^{\frac{3}{4}}\cdot5^{\frac{1}{4}}-3^{\frac{11}{2}}\div3^{\frac{5}{2}}$

г) $\log_{13}169$ д) $\log_8\frac{1}{16}-\log_8 32$ е) $\log_3 6+\log_3\frac{3}{2}$ ж) $17^{\log_{17}6}$

2. **Сравните значения выражений:**

а) $\log_{\frac{4}{5}}6$ и $\log_{\frac{4}{5}}\frac{1}{6}$ б) $0{,}5^6$ и $0{,}5^7$

3. **Решите уравнение:**

а) $\sqrt[3]{3x^2-3}=\sqrt[3]{8x}$ б) $3^{3x-2}=81$

в) $\lg(x-1)-\lg(2x-11)=\lg 2$

г) $2\cdot4^x=64$

д) $\sqrt{5-x}=\sqrt{x+3}$

4. **Решите неравенство:**

а) $\log_8(4-2x)\geq2$

б) $3^{\frac{x}{2}}>9$

5. **Найдите значение выражения:**

$$\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}-tg\frac{\pi}{4}$$

5 вариант

1. **Вычислите значение выражения:**

а) $\sqrt[5]{4^5\cdot3^5}$ б) $\sqrt[3]{11\frac{1}{4}}\div\sqrt[3]{3\frac{1}{3}}$ в) $5^{\frac{10}{3}}\div5^{\frac{4}{3}}-4^{\frac{6}{5}}\cdot4^{\frac{4}{5}}$

г) $\log_8 64$ д) $\log_9 405-\log_9 4$ е) $\log_4 2+\log_4 32$ ж) $27^{\log_3 2}$

1. **Сравните значения выражений:**

а) $\log_{\frac{5}{8}}4$ и $\log_{\frac{5}{8}}\frac{1}{4}$ б) $0{,}1^8$ и $0{,}1^9$

2. **Решите уравнение:**

а) $\sqrt{7x-x^2-9}=1$ б) $5^{2x+5}=1$

в) $\log_{0{,}5}(3x-1)=-3$

г) $5^{3x+2}=25^{x-1}$

д) $\sqrt{x-1}=x-3$

3. **Решите неравенство:**

а) $\log_{0{,}5}(2x+1)>-2$

б) $2^{x-1}\leq16$

4. **Найдите значение выражения:**

$$\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$$

6 вариант

1) Вычислите значение выражения:

а) $\dfrac{\sqrt[4]{448}}{\sqrt[4]{7}}$ б) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{2\dfrac{1}{4}}$ в) $5^{\frac{12}{5}}\cdot 5^{\frac{3}{5}}-4^{\frac{11}{3}}\div 4^{\frac{5}{3}}$

г) $\log_9 81$ д) $\log_8 192-\log_8 3$ е) $\log_6 18+\log_6 12$ ж) $16^{\log_4 7}$

2) Сравните значения выражений:

а) $\log_{\frac{4}{5}} 6$ и $\log_{\frac{4}{5}}\dfrac{1}{6}$ б) $0{,}5^6$ и $0{,}5^7$

3) Решите уравнение:

а) $\sqrt{-9-3x+x^2}=1$ б) $4^{5x-2}=4$

в) $\dfrac{1}{3}\log_3(2x+1)=1$

г) $2^{3x-1}=4^{3-2x}$

д) $x-1=\sqrt{x+11}$

4) Решите неравенство:

а) $\log_7(2x-1)<2$

б) $7^{x-3}\prec 49$

5) Найдите значение выражения:

$\sin\dfrac{\pi}{3}\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}+tg\dfrac{\pi}{4}\cdot ctg\dfrac{\pi}{4}$

Критерии оценивания зачетной работы студента.

Если студент выполнил все 17 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил пунктов заданий от 12 до 16, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил пунктов заданий от 8 до 11 правильно, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 8-ми пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Экзаменационные билеты по математике (второй семестр)

Билет № 1

1. Что называется функцией? Что называется областью определения функции? По какой оси определяется по графику область определения функции? Какова область определения функций $y=x^2$, $y=\dfrac{1}{x}$, $y=\sqrt{x}$? Что такое нули функции? По какой оси определяются нули функции?

2. **Вычислить:**

а) $\dfrac{35^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{\frac{7}{3}}}{5^{\frac{-1}{3}}}$;

б) $9^{\frac{3}{2}}+27^{\frac{2}{3}}-16^{\frac{3}{4}}$;

в) $(27^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} \cdot 2)^{\frac{5}{6}}$.

3. **Решите уравнение:**

а) $2\cos x - 1 = 0$; б) $tg3x = \sqrt{3}$;

в) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$;

Билет № 2

1. Что называется областью значений функции? По какой оси определяется по графику область значений функции? Какова область значений функций у $=x^2$, у = $\frac{1}{x}$, у $=\sqrt{x}$? Что такое промежутки знакопостоянства? Какие скобки ставятся при записи промежутков знакопостоянства? Как по графику определить промежутки знакопостоянства?

2. Упростить выражение:

а) $\sqrt[3]{\frac{ab^2}{c}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^5 b}{c^5}}$;

б) $\frac{a^{-3} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3 c}{b}}$

2. **Постройте график функции:**

а) $y = \cos x$, перечислите основные свойства функции;

б) $y = \sin x$, перечислите основные свойства функции;

в) $y = tgx$, перечислите основные свойства функции.

Билет № 3

1. Что такое промежутки монотонности? По какой оси определяются промежутки монотонности? Когда функция возрастает? Когда функция убывает? Как определить по графику промежутки возрастания? Как определить по графику промежутки убывания?

2. **Сравните числа:**

а) $\sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^7}$ *и* $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{5}\right)^7}$; б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{0,7}$ *и* $\left(\frac{1}{9}\right)^3$; в) 8^{-3} *и* $8^{-1,2}$.

3. **Вычислите:**

а) $7\arccos\frac{1}{2} + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $6\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + 4\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$;

в) $5arctg\,\sqrt{3} + 36\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$.

Билет № 4

1. Что такое наименьшее значение функции? Что такое наибольшее значение функции? Как определить по графику наименьшее значение функции? Как определить по графику наибольшее значение функции?

2. **Найти область определения функции:**

а) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3}$;

б) $f(x) = \sqrt{3-2x}$;

в) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

3. **Найдите производную функции:**

а) $y=(2x-5)^4$;

в) $y=\frac{1}{x}$;

г) $y=cos(5x-\frac{\pi}{4})$.

Билет № 5

1. Каким преобразованием из известного графика можно получит график y = f(x) + b? Каким преобразованием из известного графика можно получит график y = f(x + a)? Каким преобразованием из известного графика можно получит график y = a f(x)?

2. **Решить уравнение:**

а) $\sqrt{7x-x^2-9}=1$;

б) $\sqrt{x^2-x-3}=3$;

в) $x-1=\sqrt{x+11}$.

3. **Найдите значение производной функции**

$y=x^3-3x^2-1$ в точке $x_0=1$.

Билет № 6

1. Определение четной и нечетной функции. Симметрия четной и нечетной функции.

2. **Решить неравенства:**

а) $\sqrt{x+12}\geq\sqrt{4-x}$;

б) $\sqrt{2x-x^2+1}\geq 2x-3$;

в) $\sqrt{x+2}<x$.

3. **Напишите уравнение касательной к графику функции** $y=-x^3+6x^2-8$ в точке с абсциссой $x_0=1$

Билет № 7

1. Обратимые функции. Обратные функции. Графики и свойства взаимно обратных функций.

2. **Вычислите значение выражения:**

а) $\log_{14}196$;

б) $\log_6 648-\log_6 3$;

в) $\log_8 4+\log_8 128$.

3. **Найдите стационарные точки функции:**

а) $f(x)=x+\frac{8}{x^4}$;

б) $f(x)=3x^3+2x^2-7$;

в) $f(x)=x^2-3x-3$.

Билет № 8

1. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Формулы n-ого члена, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессий.

2. **Сравните значения выражений:**

а) $\log_{0,6} 8$ и $\log_{0,6} 2{,}5$;

б) $5{,}2^{0,6}$ и $5{,}2^{1,6}$;

в) $\log_{2,5} 1{,}6$ и $\log_{2,5} 2{,}5$.

3. **Найдите промежутки возрастания и убывания функции:**

а) $f(x) = 4x + 3$;

б) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$;

в) $f(x) = x^2 - 3x - 3$.

Билет № 9

1. Арифметический корень натуральной степени. Свойства. Свойства степеней с натуральным показателем.

2. **Решите уравнение:**

а) $8^{x+1} = 0{,}125$;

б) $\log_3 x + \log_3(x + 3) = \log_3(x + 24)$;

в) $3^{x-1} = 27^{x-1}$.

3. **Найдите точки экстремума и значение функции в этих точках:**

а) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x - 1$;

б) $f(x) = 8x + \frac{x^4}{4}$;

в) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.

Билет № 10

1. Определение логарифма по основанию a числа b. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.

2. **Решите неравенство:**

а) $\log_3(x^2 - x) \geq \log_3(x + 8)$;

б) $5^{2x+1} > 5^{x-4}$;

в) $\log_{0,2}(5 - x) > \log_{0,2}\frac{2}{x - 2}$.

3. **Вычислить интеграл:**

а) $\int_1^5 \frac{7dx}{x}$;

б) $\int_{-2}^{4} (8 + 2x - x^2)dx$;

в) $\int_1^3 (x^2 - 2x)dx$.

Билет № 11

1. Логарифмическая функция, её свойства и график.

2. **Найдите значение выражения:**

а) $5\cos\frac{\pi}{2}-4ctg\frac{\pi}{4}-5\sin\frac{\pi}{6}+7tg\frac{\pi}{4}$;

б) $9\sin\frac{3\pi}{2}+2tg\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{3}+tg\frac{\pi}{4}$;

в) $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}-(ctg\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6})\cdot\sqrt{3}$.

3. **Вычислить интеграл:**

а) $\int_1^3(3x^2-2x+1)dx$;

б) $\int_1^8\sqrt[3]{x}dx$;

в) $\int_1^2\frac{dx}{x^3}$.

Билет № 12

1. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Табличные значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

2. **Вычислить:**

а) $\sqrt[5]{4^5\cdot3^{10}}$;

б) $5^{\frac{10}{3}}\div5^{\frac{4}{3}}-4^{\frac{6}{5}}\cdot4^{\frac{4}{5}}$;

в) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{2\frac{1}{4}}$.

3. **Решите уравнение:**

а) $\sin x+\cos x=0$;

б) $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\cos\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$.

Билет № 13

1. Алгоритм решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Область определения и множество значений функций y=cosx, y=sinx, y=tgx.

2. Упростить выражение:

а) $\sqrt[5]{a^6b^7}\div\sqrt[5]{ab^2}$;

б) $(a^4)^{-\frac{3}{4}}\cdot\left(b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-6}$;

в) $\left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}}$.

2. **Постройте график функции:**

а) $y=\cos x$, перечислите основные свойства функции;

б) $y=\sin x$, перечислите основные свойства функции;
в) $y=tgx$, перечислите основные свойства функции.

Билет № 14

1. Четность, нечетность функций y=cosx, y=sinx, y=tgx. Периоды функций y=cosx, y=sinx, y=tgx.
2. **Сравните числа:**
а) $\sqrt[3]{\left(\frac{5}{12}\right)^2}$ $и$ $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{6}\right)^2}$;
б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{0,3}$ $и$ $\left(\frac{1}{3}\right)^3$;
в) 4^{-3} $и$ $4^{-1,2}$.

3. **Вычислите:**
а) $\arccos(-1)-\arcsin(-1)$;
б) $\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}}-4\arcsin 1$;
в) $4arctg\,(-1)+3arctg\sqrt{3}$.

Билет № 15
1. Свойства и графики функций y=arcsinx, y=arccosx, y=arctgx.
2. **Найти область определения функции:**
а) $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-8x+12}}{3}$;
б) $f(x)=\frac{2x^2}{x-3}$;
в) $f(x)=\frac{5}{x+1}$.
3. **Найдите производную функции:**
а) $f(x)=6+x+3x^2$;
в) $f(x)=\sin x-2\sqrt[3]{x}$;
г) $f(x)=\frac{1}{x^2}-11ctgx$.

Билет № 16

1. Определение производной. Геометрический смысл производной.
2. **Решить уравнение:**
а) $\sqrt[3]{2x+3}=1$;
б) $\sqrt[4]{25x^2-144}=x$;
в) $x^2=\sqrt{19x^2-34}$.
3. **Найдите значение производной функции**
$y=e^{\frac{3x+1}{2}}$ в точке $x_0=0$.

Билет № 17

1. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций.

2. **Решить неравенства:**

а) $\sqrt{x^2 - 6x} < 8 + 2x$;

б) $\sqrt{24 - 10x} < 3 - 4x$;

в) $\sqrt{20 - x} > \sqrt{x + 1}$.

3. **Напишите уравнение касательной к графику функции** $y = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$

Билет № 18

1. Нахождение промежутков монотонности. Определение экстремумов функции. Нахождение экстремумов с помощью производной.

2. **Вычислите значение выражения:**

а) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$;

в) $36^{\log_6 5} - 8^{\log_2 3}$.

3. **Найдите стационарные точки функции:**

а) $f(x) = x + \sqrt{3 - x}$;

б) $f(x) = (x - 1)^{\frac{6}{7}}$;

в) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$.

Билет № 19

1. Схема исследования функции и построения ее графика.

2. **Сравните значения выражений:**

а) $\log_{\frac{1}{6}} 8$ и $\log_{\frac{1}{6}} 2{,}5$;

б) $\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{1}{3}}$ и $\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{1}{4}}$;

в) $\log_2 \frac{5}{4}$ и $\log_2 \frac{5}{3}$.

3. **Найдите промежутки возрастания и убывания функции:**

а) $f(x) = x^2 - x$;

б) $f(x) = x^4 - 2x^2$;

в) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 3}$.

Билет № 20

1. Что есть первообразная функции. Правила нахождения первообразных функций. Определение интеграла функции. Формула Ньютона – Лейбница.

2. **Решите уравнение:**

а) $0{,}2^{-x-3} = 125$;

б) $\log_3(x^2+72)=4$;

в) $8^{4x^2+x}=1$.

3. **Найдите точки экстремума и значение функции в этих точках:**

а) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x-1)^2}$;

б) $f(x)=\sqrt{e^x-x}$;

в) $f(x)=x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Билет № 21

1. Что такое многогранник? Какой многогранник называется выпуклым? Что такое грань выпуклого многогранника, ребро, вершина?

2. **Решите неравенство:**

а) $\log_{2,7}(x-9)<1$;

б) $0{,}87^{4x-5}\geq 0{,}87^{x-4}$;

в) $\log_3\sqrt{x^2+10x}\geq\log_3\sqrt{x-14}$.

3. **Вычислить интеграл:**

а) $\int\limits_{-3}^{2}(2x-3)dx$;

б) $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$;

в) $\int\limits_{1}^{8}\sqrt[3]{x}dx$.

Билет № 22

1. Что такое параллелепипед? Какой параллелепипед называется прямоугольным?

2. **Найдите значение выражения:**

а) $3\sin\dfrac{\pi}{6}+2\cos\dfrac{\pi}{6}-tg\dfrac{\pi}{3}$;

б) $\sin\dfrac{\pi}{3}\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}-tg\dfrac{\pi}{4}$;

в) $(2tg\dfrac{\pi}{6}-tg\dfrac{\pi}{3})\div\cos\dfrac{\pi}{6}$.

3. **Вычислить интеграл:**

а) $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{3}{2x-1}dx$;

б) $\int\limits_{0}^{4}\left(x-3\sqrt{x}\right)dx$;

в) $\int_1^3 2e^{2x}dx$.

Билет № 23

1. Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, вершина, высота)? Какая пирамида называется правильной?

2. **Вычислить:**

а) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$;

б) $\left(\sqrt[3]{625}-\sqrt[3]{5}\right):\sqrt[3]{5}$;

в) $\sqrt[10]{4^{30}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$.

3. **Решите уравнение:**

а) $\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1=0$;

б) $1-\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=0$;

в) $2tg^2x-tg-3=0$.

Билет № 24

1. Что такое призма (основание призмы, боковые грани, ребра)? Какая призма называется прямой (наклонной)?

2. **Упростить выражение:**

а) $\left(\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{b^3}\right)^{12}$;

б) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6$;

в) $\sqrt[4]{abc}\cdot\sqrt[4]{a^3b^2c}\cdot\sqrt[4]{b^5c^2}$.

2. **Найти производную функции:**

а) $f(x)=(x^2-x)(x^3+x)$;

б) $f(x)=\sqrt{2-x}(3-2x)^8$;

в) $f(x)=\frac{\sqrt{x}+x^2+1}{x-1}$.

Билет № 25

1. Какие прямая и плоскость называются пересекающимися? Какие плоскости называются пересекающимися? Какие прямые в пространстве называются пересекающимися? Какие прямые в пространстве называются параллельными?

2. **Сравните числа:**

а) $\sqrt[6]{\left(\frac{3}{8}\right)^7}$ *и* $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{4}\right)^7}$; б) $\left(\frac{1}{14}\right)^{\frac{1}{14}}$ *и* $\left(\frac{1}{14}\right)^{14}$; в) 3^{-3} *и* $3^{-1,2}$.

3. **Вычислите:**

а) $\arccos\frac{1}{2}+\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$;

в) $arctg\,\sqrt{3}+3\arcsin(-\dfrac{1}{2})$.

Билет № 26

1. Что такое сечение многогранника плоскостью?

2. **Найти область определения функции:**

а) $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{2x-1}}+3$;

б) $f(x)=\dfrac{9}{x^2+1}$;

в) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

3. **Найдите производную функции:**

а) $y=\dfrac{x^5+x^3+x}{x+1}$;

в) $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$;

г) $y=\sin(x^2+1)$.

Билет № 27

1. Что называется углом между двумя скрещивающимися прямыми? Какова его градусная мера? Какие две прямые в пространстве называются перпендикулярными?

2. **Решить уравнение:**

а) $\sqrt{x^2-3}=1$;

б) $\sqrt{x-9}=\sqrt{1-x}$;

в) $x=\sqrt{x+1}$.

3. **Найдите значение производной функции**

$y=\sqrt{5-4x}$ в точке $x_0=1$.

Билет № 28

1. Что такое двугранный угол? Ребро двугранного угла, грань двугранного угла? Что такое линейный угол двугранного угла?

2. **Решить неравенства:**

а) $\sqrt{3x-5}>x-1$;

б) $\sqrt{7-x}>x-1$;

в) $\sqrt{x+2}<\sqrt{3-x}$.

3. **Напишите уравнение касательной к графику функции** $y=\ln x$ в точке с абсциссой $x_0=1$

Критерии оценивания экзаменационной работы студента.

Если студент дал исчерпывающий ответ на теоретический вопрос, выполнил полностью практическое задание, студент получает оценку "Отлично";

Если студент дал достаточный ответ на теоретический вопрос, выполнил 4 пункта практического задания, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент дал неполный ответ на теоретический вопрос, выполнил 3 пункта практического задания, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент не дал ответ на теоретический вопрос, выполнил менее 3-х пунктов практического задания, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

6.2.2. Наименование оценочного средства

Тема 1.1. *Действительные числа*

Тест 1
Действительные числа

1. Какое из чисел является целым?
А) 4,3
Б) 0,33
В) -12
Г) 13,7
2. Какое из чисел являются иррациональным?
А) 1,34
Б) 3,4(85)
В) 5,1011011101111…
Г) 1560
3. Какое из чисел является натуральным?
А) -17
Б) 2,56
В) 0
Г) 325
4. Иррациональные числа – это…
А) числа, представимые в виде обыкновенной несократимой дроби;
Б) числа представимые в виде десятичной дроби;
В) числа, представимые в виде бесконечной периодической дроби;
Г) числа, представимые в виде бесконечной непериодической дроби.
5. Период дроби 3,4183183183 равен…
А) 4183
Б) 183
В) 83
Г) 18
6. Действительные числа обозначаются буквой
А) Z
Б) Q
В) R
Г) N
7. Рациональные числа – это…
А) числа, представимые в виде бесконечной непериодической дроби;
Б) числа, представимые в виде обыкновенной несократимой дроби;
В) числа, используемые при счете.
Г) числа, представимые в виде десятичной дроби.
8. Рациональные числа обозначаются буквой?
А) Z
Б) Q
В) R
Г) N
9. Какое из чисел не является ни положительным, ни отрицательным?
А) -12
Б) –(- 45)
В) 0
Г) 78,2

10. Какие числа обозначаются буквой R?
А) рациональные числа;
Б) действительные числа;
В) натуральные числа;
Г) целые числа.
11. Найдите значение выражения $\sqrt{36}+\sqrt{49}$.
А) 13
Б) $\sqrt{85}$
В) 9,2
Г) 12
12. Найдите значение выражения $\sqrt{81\cdot 49}$
А) 16
Б) 200
В) 63
Г) 70
13. Сравните выражения и выберите то из них, которое имеет большее значение.
А) $3\sqrt{\frac{8}{9}}$
Б) $\frac{1}{3}\sqrt{50}$
В) $\frac{2}{3}\sqrt{32}$
Г) $\frac{1}{2}\sqrt{18}$
14. Представьте число $\frac{1}{125}$ в виде степени.
А) $\frac{1}{(-5)^3}$
Б) $\frac{1}{5^3}$
В) $(-5)^3$
Г) 5^{-3}
ОТВЕТЫ:
1. – В), 2. – В), 3. – Г), 4. – Г), 5. – Б), 6. – В), 7. – Г), 8. – Б), 9. – В), 10. – Б), 11. – А), 12. – В), 13. – В), 14. – Г)

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 14, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 11 до 13, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 7 до 10, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 7-ми, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Тест 2
Действительные числа
Вариант 1

1. Упростите выражение: $\left(b^{\frac{5}{6}}\right)^{3} \cdot \sqrt[4]{b^{3}}$.

1) $b^{\frac{13}{4}}$ 2) $b^{\frac{15}{8}}$ 3) b 4) $b^{\frac{23}{6}}$

2. Упростите выражение $\sqrt{2a^{5}} \cdot \sqrt{18a^{2}}$.

1) $6a^{\frac{2}{7}}$ 2) $6a^{5}$ 3) $a^{\frac{2}{7}}$ 4) $6a^{\frac{7}{2}}$

А3. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{m}}}{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}$.

1) $\dfrac{1}{\sqrt[84]{m^{5}}}$ 2) 1 3) $\dfrac{1}{\sqrt[12]{m}}$ 4) $\dfrac{1}{\sqrt[60]{m}}$

4. Упростите выражение: $\dfrac{4 \cdot \sqrt[6]{4\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8 \cdot \sqrt[3]{4}}}$.

1) $4\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) $-4\sqrt{2}$ 4) $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$

5. Упростите для отрицательного a выражение $\sqrt[3]{54a^{2\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[3]{24a^{\frac{2}{3}}}$.

1) $6a^{\frac{2}{3}}$ 2) $6a\sqrt[3]{6}$ 3) $12a$ 4) $12a^{\frac{2}{3}}$

6. Найдите значение выражения: $6 \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$.
1) 12 2) 6 3) 3 4) -3

7. Упростите выражение: $b^{-0.2} : b^{-0.7}$.

1) $\sqrt{b}$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt{b}}$ 3) $b^{-0.9}$ 4) $b^{2.7}$

8. Найдите значение выражения: $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{6}$.

1) -4 2) 9 3) -5 4) 5

9. Упростите выражение: $(a^{-1.5})^{\frac{2}{3}}$.

1) a 2) $a^{-\frac{5}{6}}$ 3) $a^{\frac{5}{6}}$ 4) $\dfrac{1}{a}$

10. Сократите дробь: $\dfrac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}}$.

1) $\dfrac{x^{11}}{x^{11}-1}$ 2) $\dfrac{x^{11}+1}{x^{11}}$ 3) $\dfrac{1}{x^{11}}$ 4) $\dfrac{x^{11}-1}{x^{11}}$

11. Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения $\sqrt{\left(2\sqrt{3}-4\right)^{2}}$.

1) $(-2;0)$ 2) $[1;2)$ 3) $[0;1)$ 4) $(2;\ 5)$

12. Найдите значение числового выражения $\left(8\frac{7}{12}-2\frac{17}{36}\right)\cdot 2{,}7$ - $4\frac{1}{3}$: 0,65

1) *9,8* 2) $9\frac{5}{6}$ 3) *-9,8* 4) $-9\frac{5}{6}$

Вариант 2

1. Упростите выражение: $a^{-3}\cdot\sqrt{9a^{18}}$.

1) $3\sqrt{a}$ 2) $9a^{15}$ 3) $3a^{12}$ 4) $3a^{6}$

2. Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, *если* $a<0, c<0.$

1) $4ab^2c^3$ 2) $-4ab^2c^3$ 3) $16ab^2c^3$ 4) $2ab^2c^3$

3. Упростите выражение $\sqrt[3]{16ab^{12}}:\sqrt[3]{2a^4b^9}$.

1) $\frac{2b}{a}$ 2) $2ab$ 3) $2a^3b$ 4) $2ab^3$

4. Упростите выражение $\sqrt{a^5}\cdot\sqrt{a^3}$.

1) $a^{\frac{15}{2}}$ 2) $a^{\frac{15}{4}}$ 3) a^4 4) $a^{\frac{16}{15}}$

5. Упростите выражение $\frac{\left(\sqrt[3]{b^{-2}}\right)^2\cdot b^3}{\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}$.

1) $\frac{1}{b}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{b}}$ 3) b 4) $\sqrt{b}$

6. Представьте данное выражение в виде степени: $y^{1,7}\cdot y^{2,8}\cdot y^{-1,5}$.

1) y^{-3} 2) $y^{-7,14}$ 3) y^{3} 4) y^{6}

7. Найдите значение выражения: $\left(\frac{36^3}{125^2}\right)^{\frac{1}{6}}$.

1) $\frac{5}{6}$ 2) *1,2* 3) $\frac{36}{125}$ 4) $\frac{6}{25}$

8. Вычислите: $4{,}7 - 8^{\frac{1}{3}}\cdot 2^3$.

1) *-11,3* 2) *5,3* 3) *-7,3* 4) *11,3*

9. Найдите значение выражения $\left(0{,}216^{\frac{8}{27}}\right)^{\frac{9}{4}}$.

1) *0,36* 2) *3,6* 3) *0,6* 4) *0,18*

10. Найдите значение выражения: $\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^{-1}}}\right)^{\frac{3}{4}}$ при $x = 0{,}0625$.

1) *0,5* 2) *2* 3) *4* 4) *0,25*

11. Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения $\sqrt{\left(4-2\sqrt{2}\right)^2}$.

1) *(0;2)* 2) *[2;4)* 3) *(-2;0]* 4) *(-4; -2]*

12. Найдите значение числового выражения $31,7:63,4-23,4:11,7-\left(10\frac{2}{3}-5\frac{1}{3}\right):3\frac{1}{3}$

1) *- 0,1* 2) *– 1,1* 3) *- 0,9* 4) *-3,1*

Ответы:

Вариант	1	[illegible]	[illegible]	10	11	12
1	1	4	[illegible]			
2	4	[illegible]	[illegible]			

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 12, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 19 до 11, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 6 до 10, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 6-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания на тему «Действительные числа»

Задача 1. Вычислите $\left(\frac{29}{35}-\frac{3}{7}\right)\cdot 7$.

Решение:

$$\left(\frac{29}{35}-\frac{3}{7}\right)\cdot 7=\left(\frac{29-15}{35}\right)\cdot 7=\frac{14\cdot 7}{35}=\frac{14}{5}=2\frac{4}{5}=2,8$$

Ответ: 2,8.

Задача 2. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг.

Решение:

400 · 0,18 = 72 (кг) - масса влаги в цементе на складе;

400 – 72 = 328 (кг) - масса цемента без влаги (сухого);

328 · 100 : 80 = 410 (кг) - масса привезённой смеси со склада.

Ответ: 410 кг.

Задача 3. Упростить выражение.

а) $\left(\frac{c^{\frac{1}{3}}}{c^{\frac{2}{3}}-c^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{3c^{\frac{1}{3}}-1}{c+1}\right)\cdot\frac{c+1}{c^{\frac{2}{3}}-1},\ c\neq\pm 1$

Решение:

Обозначим $c^{\frac{1}{3}}=u$, тогда

$$\left(\frac{u}{u^2-u+1}-\frac{3u-1}{u^3+1}\right)\cdot\frac{u^3+1}{u^2-1}=\left(\frac{u}{u^2-u+1}-\frac{3u-1}{(u+1)(u^2-u+1)}\right)\cdot\frac{(u+1)(u^2-u+1)}{(u-1)(u+1)}=\left(\frac{u(u+1)-(3u-1)}{(u+1)(u^2-u+1)}\right)\times$$

$$\times\frac{u^2-u+1}{u-1}=\frac{u^2+u-3u+1}{(u+1)(u^2-u+1)}\cdot\frac{u^2-u+1}{u-1}=\frac{u^2-2u+1}{(u+1)(u-1)}=\frac{(u-1)^2}{(u+1)(u-1)}=\frac{u-1}{u+1}$$

$$\frac{u-1}{u+1}=\frac{c^{\frac{1}{3}}-1}{c^{\frac{1}{3}}+1}=\frac{\sqrt[3]{c}-1}{\sqrt[3]{c}+1}$$

Ответ: $\dfrac{\sqrt[3]{c}-1}{\sqrt[3]{c}+1}$

б) $\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-b)}+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{ab}}{a-b}$

Решение:

Выделим общий множитель в числителе и знаменателе первой дроби данного выражения. Для этого представим числитель в виде

$$a\sqrt{a}+b\sqrt{b}=a\cdot a^{\frac{1}{2}}+b\cdot b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^3+\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^3=\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)\left(\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2\right)==(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)$$

$$\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-b)}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{ab}}{a-b}=\frac{a-\sqrt{ab}+b}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{ab}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\frac{a-\sqrt{ab}+b}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}+$$

$$+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{ab}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{a-\sqrt{ab}+b+2\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})-\sqrt{ab}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{a-2\sqrt{ab}+b+2\sqrt{ab}-2b}{a-b}=$$

$$=\frac{a-b}{a-b}=1$$

Задача 4. Проверить справедливость равенства.

$$\frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{19-8\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}-\sqrt{3}=2$$

Решение. Рассмотрим равенство $\dfrac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{19-8\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$. Очевидно, что если оно верно, то верно и заданное равенство. Пусть $a=\dfrac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{19-8\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}$, $b=2+\sqrt{3}$. Проанализировав выражения, получим, что a> 0, b> 0. Если при этом выполняется равенство $a^2=b^2$, то $a=b$. Находим

$$a^2=\left(\frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{19-8\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}\right)^2=\frac{(7+4\sqrt{3})(19-8\sqrt{3})}{(4-\sqrt{3})^2}=\frac{(7+4\sqrt{3})(19-8\sqrt{3})}{16-8\sqrt{3}+3}=\frac{(7+4\sqrt{3})(19-8\sqrt{3})}{19-8\sqrt{3}}=7+4\sqrt{3},$$

$$b^2=(2+\sqrt{3})^2=4+4\sqrt{3}+3=7+4\sqrt{3}.$$

Так как $a^2=b^2$, то $a=b$, т.е. заданное равенство справедливо.

Задача 5. Вычислить

а) $\left(\frac{11}{15}-1\frac{9}{10}+\frac{5}{8}\right)\cdot 0{,}9+0{,}1$.

б) $0{,}8+0{,}2:\left(\frac{7}{15}-1\frac{1}{12}+\frac{9}{20}\right)$.

Задача 6 .Вычислить 15% от 84.

Задача 7. Найти число, если 8% его равны 24.

Задача 8. На сколько процентов уменьшится произведение двух чисел, если одно из них уменьшить на 25%, а другое – на 50%?

Задача 9. Вычислить.

а) $\dfrac{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{5}{4}}}{b^{\frac{5}{4}}c^{\frac{5}{4}}}$ при b = 2, c = 5. *б)* $\dfrac{5^{\frac{3}{2}}\cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}}\cdot\dfrac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}}\cdot 9^{\frac{1}{6}}}$ **;**

Задача 10. Упростить выражение.

а) $\left(\dfrac{2}{2x+y}-\dfrac{1}{2x-y}-\dfrac{3y}{y^2-4x^2}\right)\cdot\left(\dfrac{y^2}{8x^2}-\dfrac{1}{2}\right)$

б) $\left(m+\dfrac{n^{\frac{3}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot\left(\dfrac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}}+\dfrac{n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}\right)$

Задача 11. Докажите, что выражение $\sqrt{\frac{3}{4}-x+\sqrt{2x}-\frac{3}{2}\sqrt{1-4x}}$ обращается в ноль при $x=\frac{1}{12}$.

Практические задания на тему «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»

Задача 1. Пусть $b_n=\frac{5}{2^n}$. Тогда $b_1=\frac{5}{2}$, $b_2=\frac{5}{4}$, значит $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{1}{2}$.

Геометрическая прогрессия $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{8}$, ..., $\frac{5}{2^n}$ ... - бесконечно убывающая, так как $|\,q\,|=\frac{1}{2}<1|$.

Задача 2. Геометрическая прогрессия 3, -1, $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{9}$, ..., $\frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-2}}$, ... - бесконечно убывающая, так как q = - $\frac{1}{3}$, | q | = $\frac{1}{3}$ < 1.

Задача 3. Найти сумму $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^n}+...$ Это сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $1,\frac{1}{2},\frac{1}{2^2},...,\frac{1}{2^n},...$, у которой $b_1=1, q=\frac{1}{2}$. Тогда S = $\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$

Задача 4. Представить 0,(45) в виде обыкновенной дроби. Запишем 0,(45) = 0,454545... = 0,45 + 0,0045 + 0,000045 + ... - это сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии, у которой $b_1=0{,}45$; q = 0,01.

Тогда 0,(45) = $\frac{0,45}{1-0,01}=\frac{45}{99}$

Задача 5. Найти суммы следующих бесконечных прогрессий:

а) 2, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{27}{32}$, …;

б) 3, -1, $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{9}$, ...;

в) 1, $\frac{11}{10}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{1331}{1000}$, ….

Задача 6. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 3/5, а сумма ее первых четырех членов равна 13/27. Найти первый член и знаменатель прогрессии.

Задача 7. Найти четыре числа, образующие знакочередующуюся геометрическую прогрессию, у которой второй член меньше первого на 35, а третий больше четвертого на 560.

Задача 8. Показать, что если последовательность

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n, \ldots$$

образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, то и последовательность

$$a_1^\alpha,\ a_2^\alpha,\ a_3^\alpha,\ \ldots,\ a_n^\alpha, \ldots$$

при любом α>0 образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию. Сохранится ли это утверждение при α≤0?

Задача 9. Вывести формулу для произведения n членов геометрической прогрессии.

Проверочная работа №1. Действительные числа.

Вариант 1

1. Найти НОД чисел 60 и 45.
2. Найти НОК чисел 45 и 75.
3. Обратить в обыкновенную дробь число 0,(25).
4. Известно, что 1,7<а<1,8 и 2,1<в<2,2.
   Найти оценки для чисел: 1) 2а; 2) -4в; 3) а+в; 4) а-в.
5. Решить уравнение: Iх-14I=8+2х.
6. Решить неравенство: Iх-5I<3.

Вариант 2

1. Найти НОД чисел 72 и 63.
2. Найти НОК чисел 16 и 56.
3. Обратить в обыкновенную дробь число 0,(27).
4. Известно, что 1,8<а<1,9 и 2,2<в<2,3.
   Найти оценки для чисел: 1) 2а; 2) -4в; 3) а+в; 4) а-в.
5. Решить уравнение: Iх-10I=6-3х.
6. Решить неравенство: Iх-2I<4.

Вариант 3

1. Найти НОД чисел 80 и 64.
2. Найти НОК чисел 12 и 15.
3. Обратить в обыкновенную дробь число 0,(26).
4. Известно, что 1,5<а<1,6 и 2,3<в<2,4.

Найти оценки для чисел: 1) 2а; 2) -4в; 3) а+в; 4) а-в.
5. Решить уравнение: Iх-12I= 4х+3.
6. Решить неравенство: Iх+6I<3.

Вариант 4

1. Найти НОД чисел 20 и 24.
2. Найти НОК чисел 25 и 45.
3. Обратить в обыкновенную дробь число 0,(28).
4. Известно, что 1,2<а<1,3 и 2,6<в<2,7.
 Найти оценки для чисел: 1) 2а; 2) -4в; 3) а+в; 4) а-в.
5. Решить уравнение: Iх-15I=3-2х.
6. Решить неравенство: Iх-7I<3.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 2.1. ***Степенная функция***

Тест 3
Степенная функция
Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $6 \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$.

1) 12; *2) 6;* *3) 3;* *4) –3.*

2. Представьте данное выражение в виде степени: $y^{1,7} \cdot y^{2,8} \cdot y^{-1,5}$.

1) y^{-3}; 2) $y^{-7,14}$; 3) y^{3}; 4) y^{6}.

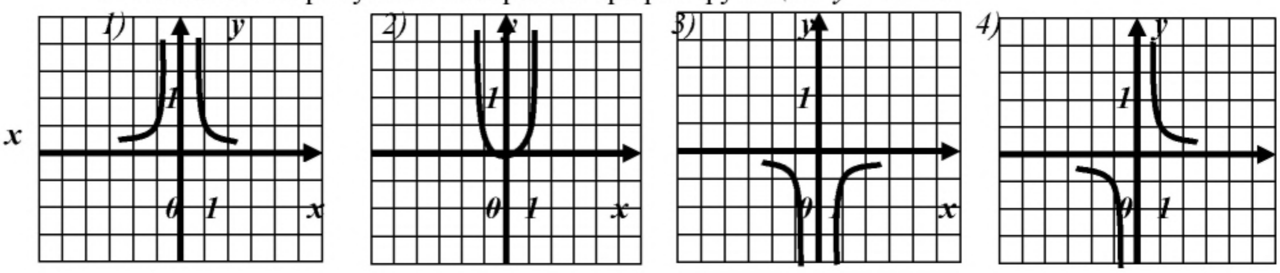
3. Упростите выражение: $(a^{-1,5})^{\frac{2}{3}}$.

1) a; 2) $a^{-\frac{5}{6}}$; 3) $a^{\frac{5}{6}}$; 4) $\frac{1}{a}$.

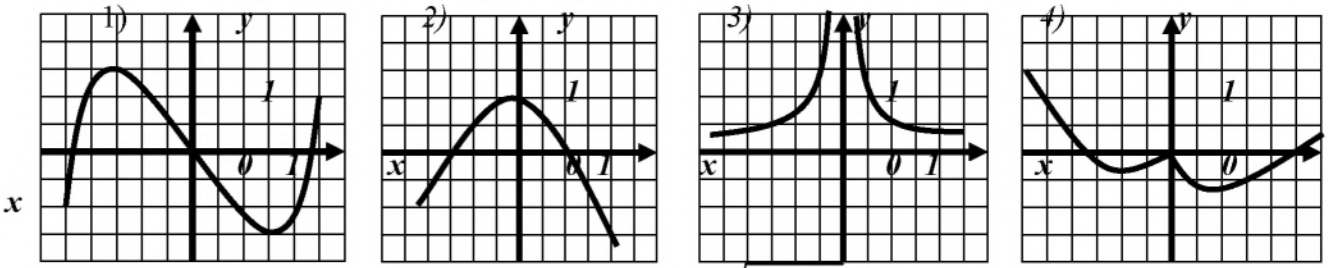
4. Упростите выражение: $b^{-0,2} : b^{-0,7}$.

1) $\sqrt{b}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{b}}$; 3) $b^{-0,9}$; 4) $b^{2/7}$.

5. На каком из рисунков изображен график функции $y = x^{-2}$?



6. Укажите рисунок, на котором изображен график нечетной функции



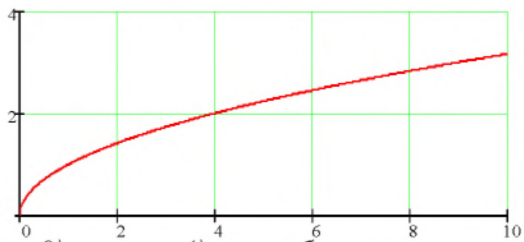
7. Найдите сумму корней уравнения $x + 1 = \sqrt{7x - 5}$.

1) –1; *2) 1;* *3) 4;* *4) 5.*

8. График какой функции изображен на рисунке?

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 3) $y = x^{\frac{1}{2}}$

2) $y = x^{\frac{1}{3}}$ 4) $y = x^{-\frac{1}{3}}$



9. Какова область определения функции $y = x^{-6}$?

1) $(0; +\infty)$; *2) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;* *3) $(-\infty; 0)$;* *4) x – любое число.*

10. Укажите множество значений функции $y = x^{\sqrt{5}}$.

1) $(0; +\infty)$; *2) $(0; \sqrt{5})$;* *3) $(-\infty; 0)$;* *4) $(-\infty; +\infty)$.*

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $0{,}008^{\frac{4}{3}}$.

1) 0,016; *2) 0,0016;* *3) 0,2;* *4) 0,04.*

2. Упростите выражение: $(x^{-2,5})^{-\frac{2}{5}}$.

1) $x^{-2,9}$; *2)* $x^{-2,1}$; *3)* x; *4)* $\frac{1}{x}$.

3. Упростите выражение: $d^{1,8} : d^{-2}$.

1) $d^{-0,9}$; *2)* $d^{3,8}$; *3)* $d^{-0,2}$; *4)* $d^{0,2}$.

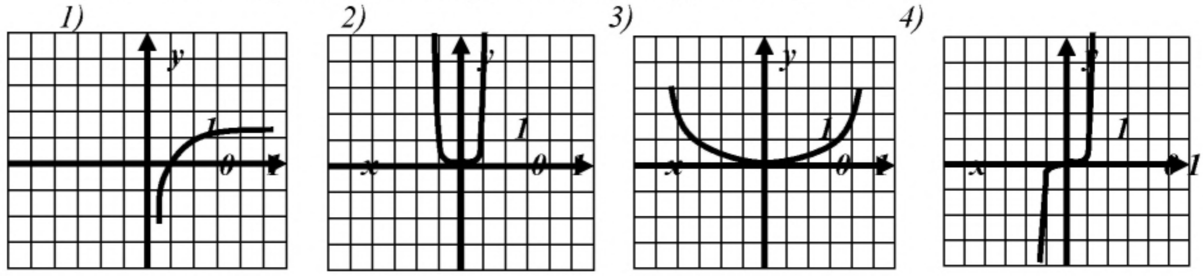
4. Найдите значение выражения: $\left(\sqrt{2}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{\frac{7}{3}}$.

1) 4; *2) 2;* *3)* $\sqrt{2}$; *4)* $2\sqrt{2}$.

5. На каком из рисунков изображен график функции $y = x^4$?

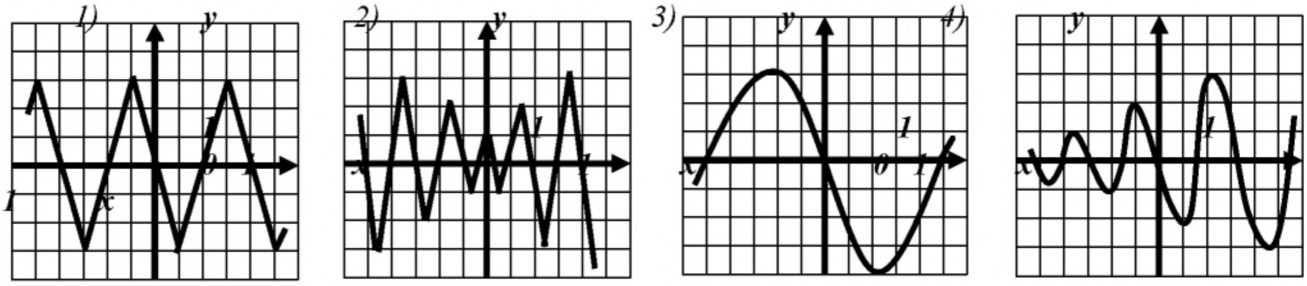
1) 2) 3) 4)

x



6. Укажите рисунок, на котором изображен график нечетной функции.

0 1

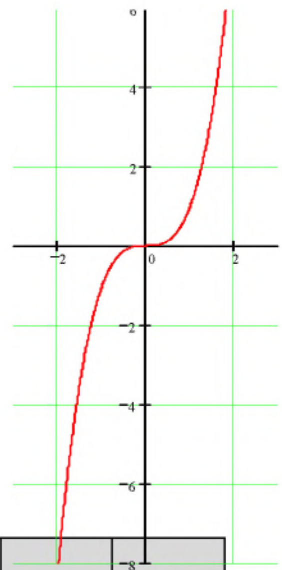


7. Найдите корни уравнения $x+1=\sqrt{-3x+25}$.

1) 3; *2) -3 и 8;* *3) -3;* *4)8.*

8. График какой функции изображен на рисунке?

1) $y=\sqrt[3]{x}$ 2) $y=x^{\frac{1}{3}}$ 3) $y=x^{3}$ 4) $y=x^{-3}$



9. Какова область определения функции $y=x^{-\frac{1}{3}}$?

1) $(0; +\infty)$; *2)* $[0; +\infty)$; *3)* $(-\infty; 0]$; *4)* $(-\infty; 0)\cup(0; +\infty)$

10. Укажите множество значений функции $y=x^{7}$.

1) $(0; +\infty)$; *2)* $(0; 7)$; *3)* $(-\infty; 0)$; *4)* $(-\infty; +\infty)$.

Ответы:

Вариант										
1			4							
2										

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 10, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 8 до 9, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 5 до 7, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 5-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Обратные функции"

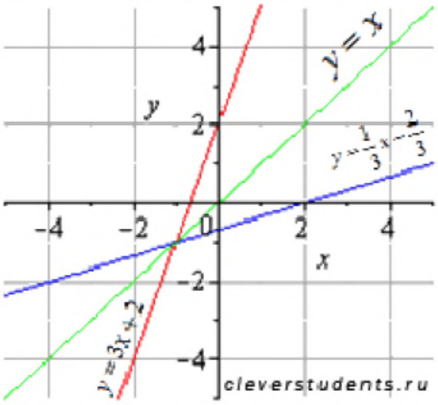
Задача 1. Найти функцию обратную для $y = 3x + 2$.

Решение. Областью определения и областью значений этой функции является все множество действительных чисел. Выразим x через y (другими словами, решим уравнение $y = 3x + 2$ относительно x).

$x = \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}$ - это и есть обратная функция, правда здесь y – аргумент, а x – функция этого аргумента. Чтобы не нарушать привычки в обозначениях (это не имеет принципиального значения), переставив буквы x и y , будем писать $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

Таким образом, $y = 3x + 2$ и $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ - взаимно обратные функции.

Приведем графическую иллюстрацию взаимно обратных линейных функций.



Очевидно, что графики симметричны относительно прямой y=x (биссектрисы первого и третьего квадрантов). Это одно из свойств взаимно обратных функций, о которых речь пойдет ниже.

Задача 2. Показать, что для функции y=5x-3 существует обратная функция, и найти ее аналитическое выражение.

Задача 3. Показать, что для функции y=x2, x≤0 существует обратная функция, и найти ее аналитическое выражение.

Задача 4. Найти обратные функции для функций:

1) y=3x-8;
2) y=11-5x;
3) y=-5-15x;
4) y=2-5x.

Задача 5. Найди функцию, обратную данной функции $y=2x^2+4$ на интервале $x \in (-\infty;0)$.

Тест по теме «Иррациональные уравнения и неравенства»

Тест 4

Иррациональные уравнения и неравенства

1. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x-1}+x=3$
1) одно
2) два
3) нет корней

2. Решите неравенство $\sqrt{4x+5} > \sqrt{5x+4}$
1) $\left[-\frac{4}{5};1\right)$
2) $(-0{,}8;1)$
3) $(-0{,}2;1]$

3. Решите уравнение $\sqrt[3]{9x+1}=3x+1$
1) 0
2) $(-1;-\frac{1}{3})$
3) $(0;-1)$

4. Решите неравенство $\sqrt{x^2-x} < \frac{6}{\sqrt{x^2-x}}$
1) (–2;0);(1;3)
2) (1;3)
3) (–2;0)

5. Решите уравнение $(-3x+8)\sqrt{10+3x-4x^2}=0$
1) – 1,25;
2) 2
3) (– 1,25; 2)

6. При каких значениях a решением неравенства $\sqrt{x+1}<2-a$ является промежуток [-1; 15)?
1) (– 2;6)
2) (– 2; 6)
3) – 2

7. Сколько корней имеет уравнение $x-\sqrt{1-2x}=4$
1) одно
2) два
3) нет корней

8. Решите неравенство $\sqrt{x+7} \geq \sqrt{-1-x}$
1) $[-4;-1]$
2) $(-7;1]$
3) $[-7;-1]$

9. Решите неравенство $\sqrt{x+2} > x$
1) $(-1;2)$
2) $[-2;2)$
3) $(-2;0)$

10. Решите уравнение $\sqrt[3]{x-10}+\sqrt[3]{x-17}=3$
1) 18
2) 17
3) 11

11. Решите неравенство $\sqrt{x^2+x} < \frac{2x^2-12}{\sqrt{x^2+x}}$
1) (- 3; - 1); (0; 4)
2) (- 3; - 1);
3) (0; 4)

12. Решите уравнение $(x^2-9)\sqrt{x-5x^2+4}=0$
1) (–3: 1)
2) (4;1)
3) (– 3 ; 1; 4)

13. При каких значениях a решением неравенства $\sqrt{x-2} < 3-a$ является промежуток [2; 18)?
1) –1
2) (–1;7)
3) (– 1 ; 7)

14. Решите уравнение $\sqrt{1{,}5\sin x} = \cos x$
1) $-\frac{\pi}{6}+2\pi n, n \in Z$
2) $\frac{\pi}{6}+2\pi n, n \in Z$
3) $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, n \in Z$

ОТВЕТЫ:

1.-1), 2.-1), 3.-3), 4.-1), 5.-3), 6.-3), 7.-3), 8.-1), 9.-2), 10.-1), 11.-1), 12.-3), 13.-3), 14.-2).

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 14, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 11 до 13, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 7 до 10, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 7-ми, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Иррациональные уравнения и неравенства"

Задача 1. $\sqrt[5]{24x-2x^3}=x$

Решение.

$24x-2x^3=x^5$

$x^5+2x^3-24x=0,\ \ x(x^4+2x^2-24)=0,\ \ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^4+2x^2-24=0 \end{array}\right.;$

$x^4+2x^2-24=0,$ пусть $x^2=y, y\ge 0$

$y^2+2y\ -24=0,\ \ y=-6$ - не удовлетворяет условию $y\ge 0$

$y=4$ - удовлетворяет этому условию.

$x^2=4;\ \ \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=-2. \end{array}\right.$

Ответ: (0; 2; -2)

Задача 2. $\sqrt{3+x} = 3-x$

Решение. По определению арифметического квадратного корня, имеем:

$\begin{cases} 3+x=(3-x)^2 \\ 3-x\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 3+x=9-6x+x^2 \\ x\le 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2-7x+6=0 \\ x\le 3 \end{cases}$;

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=6 \end{array}\right. \\ x\le 3 \end{cases}$ <=> x=1

Ответ: 1

Задача 3. $\sqrt{-3+x} - x = -1,$

Решение. $\sqrt{-3+x} = x-1$

По определению арифметического квадратного корня, имеем:

$\begin{cases} -3x+3=(x-1)^2 \\ x-1\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -3x+3=x^2-2x+1 \\ x\ge 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x\ge 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \\ x\ge 1 \end{cases}$; <=> x=1

Ответ: 1

Задача 4. $\sqrt{x-5} + \sqrt{1-x} = 2$

Решение. ОДЗ: $\begin{cases} x-5\ge 0 \\ 1-x\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge 5 \\ x\le 1 \end{cases}$ - нет решений.

ОДЗ: 0

Данное уравнение заведомо не может иметь решений

Ответ: нет решений.

Задача 5. $\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2+9} = 4$

Решение. При любых значениях x: $\sqrt{x^2+4} \ge 2$; $\sqrt{x^2+9} \ge 3$, поэтому $\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2+9} \ge 5$ Левая часть уравнения больше либо равна 5, а правая равна 4, значит данное уравнение решений не имеет.

Ответ: нет решений.

Уравнение для самостоятельного решения.

1. $(x^2-9)\sqrt{2-x} = 0$ Ответ: $x_1 = 2, x_2 = 3$
2. $\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} - 2 = 0$ x=1
3. $2\sqrt{x+5} = x+2$ x=4
4. $\sqrt{x^2+5x+1} + 1 = 2x$ x=3
5. $\sqrt{16-\sqrt{x+1}} = 4$ x=-1
6. $\sqrt[3]{5-\sqrt{x+15}} = 1$ x=1
7. $\sqrt{x} - \sqrt{x+3} = 1$ x=0
8. $\sqrt{3x+1} - 2 - \sqrt{x+1} = 0$ x=8
9. $\sqrt{x-9} + \sqrt{x} = \dfrac{36}{\sqrt{x-9}}$ x=25

10. $\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{x^2+3}=\sqrt{6x^2+10}$ x=-1; x=1

11. $\dfrac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+2}}=\dfrac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{3x-2}}$ x=2

12. $\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+2}-\sqrt{2x-15}=\sqrt{3x}$ x=3

13. $\dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x}}=\dfrac{2-x}{2+x}$ x=0; x=2

14. $\sqrt{\dfrac{10+x}{x}}+\sqrt{\dfrac{10-x}{x}}=\sqrt{6}$ x=6

15. $\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}+\dfrac{1}{x-\sqrt{1+x^2}}=x-3$ x=1

16. $\sqrt{\dfrac{3-x}{x-1}}+3\sqrt{\dfrac{x-1}{3-x}}=4$ x=1,2; x=2

17. $(x+1)\sqrt{x^2-5x+5}=x+1$ x=-1; x=1; x=4

18. $\sqrt{x\sqrt[5]{x}}-\sqrt[5]{x\sqrt{x}}=56$ x=1024

19. $1+\sqrt{1+x\sqrt{x^2-24}}=x$ x=7

20. $\sqrt[3]{x+44}-\sqrt[3]{x-19}=3$ x=-45; x=20

21. $\sqrt{1-\sqrt{x^4-x^2}}=x-1$ x=1.125

22. $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$ x=5

23. $\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=\sqrt{4x-7}$ x=2

24. $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x+1}}=2$ $x\in[2;+\infty)$

25. $(x+1)\sqrt{16x+17}=(x+1)(8x-23)$ x=-1; x=4

26. $(16-x^2)\sqrt{3-x}=0$ x=-4; x=3

27. $\sqrt[3]{x+8}+\sqrt{2x+9}=5$ x=0

28. $\sqrt[3]{x+8}+\sqrt{1-x}=3$ x=-35; x=-8; x=0

29. $\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{x-1}=1$ x=1

30. $-x^2+2x-1=\sqrt{x^2-3x+2}$ x=1

31. $x^2-4x+32=16\sqrt{x}$ x=4

32 $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}$ $x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};\ x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};\ x=1$

33. $\sqrt{x^3-2x+\sqrt{5}}=2x-5-x^2$ нет решений.

34. $\sqrt{x+1}-\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}-1=0$ $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

35. $\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2$ x=-1

36. $\sqrt{2x+a}+\sqrt{2x}=a,$ где а – параметр. 0, при а=0; $\dfrac{(a-1)^2}{8}$ при $a\geq 1;$ нет решений при $a\in(-\infty;0)\cup(0;1)$

37. $\sqrt{x}+\sqrt{a}=\sqrt{1-x-a},$ где а – параметр. Нет решений при

$a \in (-\infty;0) \cup (\frac{1}{2};+\infty)$; $\frac{1-a \pm \sqrt{2a-3a^2}}{2}$ при $0 \le a \le 1/2$

38. $\sqrt{2x - x^2 + 3} = a + 2$ Нет решений при a<-2; $1 \pm \sqrt{-a^2 - 2a}$ при $-2 \le a < 0$; 1 при a=0; нет решений при a>0.

Проверочная работа №2. Степенная функция.

1 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x-3}$
2. Найдите значения функции $f(x) = x^2 - 1$ в точках 1; -x.
3. Постройте график функции $f(x) = x - 2$
4. Докажите, что функция $f(x) = x^3 - 2x$ является нечетной.
5. Докажите, что функция $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ является четной.
6. Найдите функцию, обратную данной $y = 2x + 3$

2 вариант

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3-x}$
2. Найдите значения функции $f(x) = 1 - x^2$ в точках 2;-x.
3. Постройте график функции $f(x) = 3x - 6$
4. Докажите, что функция $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 5}$ является четной.
5. Докажите, что функция $f(x) = x^3 + 5x$ является нечетной.
6. Найдите функцию, обратную данной $y = 3x - 4$

3 вариант

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x+4}$
2. Найдите значения функции $f(x) = x^2 - 3$ в точках 1;-x.
3. Постройте график функции $y = x - 4$
4. Докажите, что функция $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3}$ является четной.
5. Докажите, что функция $f(x) = 2x^3 + x$ является нечетной.
6. Найдите функцию, обратную данной $y = 4 - 5x$

4 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x+6}$

3. Найдите значения функции $f(x) = 3 - x^2$ в точках 4;-x.

3. Постройте график функции $f(x) = 2x - 4$
4. Докажите, что функция $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ является четной.
5. Докажите, что функция $f(x) = 3x^3 - x$ является нечетной.
6. Найдите функцию, обратную данной $y = 3 - 2x$

5 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$
2. Постройте график функции $y = 2x + 4$
3. Докажите, что функция является четной. $f(x) = 3x^2 - x^4$

4. Докажите, что функция является нечетной. $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2+1}$

5. Найдите функцию, обратную данной $y = 4 - 3x$

6. Решите уравнение $4x - 5{,}5 = 5x - 3(2x - 1{,}5)$

6 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{1}{9 - x^2}$

2. Постройте график функции $y = 3x + 6$

3. Докажите, что функция $f(x) = x^2 + 2x^4$ является четной.

4. Докажите, что функция $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^3}$ является нечетной.

5. Найдите функцию, обратную данной $y = 2 - 3x$

6. Решите уравнение 4 - 5(3x + 2,5) = 3x + 9,5

7 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 25}$

2. Постройте график функции $y = 3x - 6$

3. Докажите, что функция $f(x) = 2x^2 - x^4$ является четной.

4. Докажите, что функция $f(x) = \dfrac{x^4-1}{x^3}$ является нечетной.

5. Найдите функцию, обратную данной $y = 5 - 4x$

6. Решите уравнение $5(2 + 1{,}5x) - 0{,}5x = 24$

8 вариант

1. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{1}{16 - x^2}$

2. Постройте график функции $y = 2x - 4$

3. Докажите, что функция $f(x) = x^4 - x^2$ является четной.

4. Докажите, что функция $f(x) = \dfrac{x^3}{x^4-1}$ является нечетной. l

5. Найдите функцию, обратную данной $y = 7 - 2x$

6. Решите уравнение $3(0{,}5x - 4) + 8{,}5x = 18 - 8{,}5x$

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 3.1. *Показательная функция*

Тест по теме " Показательная функция"

Тест 5

Показательная функция

Вариант 1.

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y=x^3$ б) $y=\sqrt{7^x}$ в) $y=\dfrac{1}{x^2}$ г) $y=e^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) функция $y=a^x$ принимает в некоторой точке значение 0;

б) функция $y=a^x$ является нечетной;

в) функция $y=a^x$ пересекает ось Oy в точке (0; 1);

г) функция $y=a^x$ принимает только положительные значения.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

3. При каких значениях x выражении 4^x больше 1?

1) $x>0$ 2) $x<0$ 3) $x>1$ 4) $x<1$

4. Областью значений функции $y=-3^x$ является множество

1) $(0;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $[0;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ пересекают ось Oy в точке (0; 1);

в) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ пересекают ось Ox в точке (1; 0).

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите возрастающие:

а) $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ б) $y=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-x}$ в) $y=\left(4-\sqrt{7}\right)^x$ г) $y=\left(\dfrac{e}{3}\right)^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{2^x}\sqrt{3^x}=36$ равен

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

8. Выражение $2a$, где а - корень уравнения $\left(\dfrac{49}{16}\right)^{x-1}=\left(\dfrac{4}{7}\right)^9$, равно

1) 9 2) 11 3) -11 4) -9

9. Произведение корней уравнения $\left(\dfrac{9}{23}\right)^{x^2-21}=\left(\dfrac{23}{9}\right)^{19x-3}$ равно

1) 19 2) -19 3) -24 4) -18

10. Выражение 0,2+a, где a - корень уравнения $3^{x-2}=9^{2x-1}$ равно

1) 1 2) 0,2 3) -1 4) -0,2

11. Решением неравенства $(0{,}2)^{\frac{2x-3}{x-2}}\geq 5$ является множество

1) $\left(-\infty;\dfrac{5}{3}\right]\cup(2;+\infty)$ 2) $\left(\dfrac{5}{3};2\right)$ 3) $\left[\dfrac{5}{3};2\right)$ 4) $\left(-\infty;\dfrac{5}{3}\right]\cup[2;+\infty)$

12. Решением неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+3}} > 9$ является множество

1) $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ 2) $(1;3)$ 3) $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$ 4) $(-3;-1)$

13. Наибольшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $10^{\frac{2x}{7}} < 0{,}1$, равно

1) -3 2) -4 3) 0 4) не существует

14. Наименьшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $2^{-x} < \sqrt{2}$, равно

1) 0 2) -1 3) 1 4) не существует

15. Наименьшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $4^{-\frac{x}{2}} < 8$, равно

1) -4 2) -3 3) -2 4) не существует

Вариант 2.

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y = x^7$ б) $y = \sqrt{15^x}$ в) $y = \frac{1}{x^5}$ г) $y = -\frac{e^x}{3}$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) функция $y = a^x$ не принимает значение 0;

б) функция $y = a^x$ является четной;

в) функция $y = a^x$ пересекает ось Oy в точке (0; 1);

г) функция $y = a^x$ принимает только неотрицательные значения.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

3. При каких значениях *x* выражении 5^x меньше 1?

1) $x>0$ 2) $x<0$ 3) $x>1$ 4) $x<1$

4. Областью значений функции $y = -\frac{1}{5^x}$ является множество

1) $(0;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $[0;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y = 7^x$ и $y = -\frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y = 7^x$ и $y = \frac{1}{7^x}$ не пересекают ось Ox;

в) графики функций $y = -7^x$ и $y = \frac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y = 7^x$ и $y = -\frac{1}{7^x}$ пересекают ось Oy в разных точках.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите убывающие:

а) $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^{-x}$ б) $y=\left(\frac{3}{4}\right)^{x}$ в) $y=\left(4-\sqrt{7}\right)^{-x}$ г) $y=\left(\frac{e}{3}\right)^{-x}$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{5^x}\sqrt{3^x}=225$ равен

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

8. Произведение корней уравнения $36^x-4\cdot6^x-12=0$ равна

1) 4 2) -12 3) 1 4) -2

9. Сумма корней уравнения $\left(\frac{21}{4}\right)^{29x^2-8x}=\left(\frac{4}{21}\right)^{8x^2-29x}$ равно

1) -37 2) 37 3) 1 4) -1

10. Сумма корней уравнения $4^x-10\cdot2^x+16=0$ равна

1) -10 2) 10 3) -4 4) 4

11. Выражение 0,3+a, где a - корень уравнения $\sqrt[3]{4^{x-2}}=\frac{4}{\sqrt[5]{2}}$, равно

1) 0,7 2) 1 3) 2,7 4) 5

12. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $2^{3x-2}<2^{x-3}$, равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) не существует

13. Количество натуральных решений неравенства $(0{,}2)^{2x^2-3x+3}\ge0{,}04$ равно

1) 1 2) 2 3) 3 4) нет ответа

14. Наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $3\cdot9^{x-1}-12\cdot3^x-1\le0$, равно

1) -2 2) 0 3) 2 4) -1

15. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $4\cdot3^x+3^{2x+1}<7$, равно

1) 1 2) 0 3) -1 4) не существует

Ответы:

Вариант 1.		**Вариант 2.**	
	4		[illegible]
	3		
	1		[illegible]
	2		[illegible]
	2		[illegible]
	2		[illegible]
	4		[illegible]
	3		[illegible]
	3		[illegible]
	1		[illegible]
	3		[illegible]
	2		
	2		
	3		
	3		[illegible]

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 15, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 12 до 14, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 7 до 11, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 7-ми, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Показательные уравнения и неравенства".

Задача 1. $2^x = 1024$

Решение.

$1024 = 2^{10} \Rightarrow 2^x = 2^{10} \Rightarrow x = 10$

Задача 2. $2^{2x+4} - 10 \cdot 4^x = 2^4$

Решение. В первую очередь смотрим на основания, основания разные два и четыре. А нам нужно, чтобы были — одинаковые. Преобразовываем четверку по формуле $(a^n)^m = a^{nm}$.

$4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$

И еще используем одну формулу $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$2^{2x+4} = 2^{2x} \cdot 2^4$

Добавляем в уравнение:

$2^{2x} \cdot 2^4 — 10 \cdot 2^{2x} = 24$

Мы привели пример к одинаковым основаниям. Но нам мешают другие числа 10 и 24. Что с ними делать? Если приглядеться видно, что в левой части у нас повторяется 2^{2x},вот и ответ — 2^{2x} мы можем вынести за скобки:

$2^{2x}(24 — 10) = 24$

Посчитаем выражение в скобках:

24 — 10 = 16 — 10 = 6

$6 \cdot 2^{2x} = 24$

Все уравнение делим на 6:

$2^{2x} = 4$

Представим $4=2^2$:

$2^{2x} = 2^2$ основания одинаковые, отбрасываем их и приравниваем степени.

2x = 2 получилось простейшее уравнение. Делим его на 2 получаем

x = 1

Ответ: x = 1.

Задача 3. $9^x – 12*3^x +27= 0$

Решение.

Преобразуем:

$9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$

Получаем уравнение:

$3^{2x} — 12 \cdot 3^x +27 = 0$

Основания у нас одинаковы равны трем.В данном примере видно, что у первой тройки степень в два раза (2x) больше, чем у второй (просто x). В таком случаем можно решить **методом замены**. Число с наименьшей степенью заменяем:

$3^x = t$

Тогда $3^{2x} = (3^x)^2 = t^2$

Заменяем в уравнении все степени с иксами на t:

$t^2 — 12t+27 = 0$

Получаем квадратное уравнение. Решаем через дискриминант, получаем:

D=144-108=36

$t_1 = 9$

$t_2 = 3$

Возвращаемся к переменной **x**.

Берем t_1:

$t_1 = 9 = 3^x$

Стало быть,

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$x_1 = 2$

Один корень нашли. Ищем второй, из t_2:

$t_2 = 3 = 3^x$

$3^x = 3^1$

$x_2 = 1$

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = 1$.

Задача 4. Решить неравенство $2^{x^2} > 2^{x+2}$

Решение. $2^{x^2} > 2^{x+2}$

$x^2 > x+2$, т.к.функция $y = 2^t$ возрастает,

$x^2 - x - 2 > 0$;

$x < -1$; $x > 2$.

Ответ: $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$

Задача 5. $\left(\frac{1}{9}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Решение. $\left(\frac{1}{9}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ => $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ => $2x \ge x-1$, т.к. функция $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ убывает, $x \ge -1$

Ответ: $[-1;+\infty)$

Задача 6. Решить уравнения:

1) $7^{x-2} = 49$

2) $\left(\frac{1}{6}\right)^{12-7x} = 36$

3) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0.$

4) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$

5) $3^x \cdot 7^{x+2} = 49 \cdot 4^x.$

Задача 7. Решите неравенства:

1) $3^{\frac{2x-1}{x-2}} < 1$

2) $0{,}5^{\frac{5-5x}{2x-3}} > 1$

3) $0{,}7^{\frac{5x-1}{4+x}} > 0{,}49^{-1}$

Проверочная работа №3. Показательные уравнения и неравенства

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $3^{2-x} = 27$

б) $3^{x+2}-5\cdot 3^{x}=36$

в) $4\cdot(\frac{1}{16})^{x}-17\cdot(\frac{1}{4})^{x}+4=0$

2. Решите неравенство:

а) $5^{4x-2}\geq 125$

б) $0{,}01<10^{2-x}<10000$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}3^{x-2y}=81\\ 0{,}1^{x}\cdot 10^{3y}=10\end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $3^{1-2x}=1$

б) $7^{x}-(\frac{1}{7})^{1-x}=6$

в) $2^{2x+1}+7\cdot 2^{x}-4=0$

2. Решите неравенство:

а) $(\frac{5}{3})^{3x-8}<(\frac{25}{9})^{x-3}$

б) $1\leq 6^{1-x}\leq 216$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}27^{x}=9^{y}\\ 81^{x}=3^{y-1}\end{cases}$$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $0{,}3^{3x-2}=1$

б) $2^{3x-2}-2^{3x-2}=30$

в) $64^{x}-8^{x}-56=0$

2. Решите неравенство:

а) $(\frac{1}{2})^{2x-6}\leq 32$

б) $\frac{1}{36}<6^{x-1}<1$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}3^{x-2y}=81\\ 0{,}1^{x}\cdot 10^{3y}=10\end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $9^{x-1}=27$

б) $3^{x}+4\cdot 3^{x+1}=13$

в) $4^{x}-2^{x}-12=0$

2. Решите неравенство:

а) $(\frac{1}{5})^{2x-3}\leq 125$

б) $\frac{1}{100} < 10^{x-1} < 100000$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}6^{2x-y} = 0{,}6 \\ 10^{x} \cdot 10^{y} = 100 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решите уравнение:

а) $(\frac{1}{3})^{x-1} = 27$

б) $2^{x} + 2^{x+1} = 6$

в) $2 \cdot 4^{x} + 3 \cdot 2^{x} - 2 = 0$

2. Решите неравенство:

а) $(\frac{1}{2})^{3x+2} \geq 32$

б) $\frac{1}{100} < 10^{x+1} < 10000$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{y+2x} = 625 \\ (\frac{1}{3})^{x} \cdot 9^{y} = \frac{1}{27} \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5}$

б) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

в) $2 \cdot 3^{x-1} - 3^{x} = 15$

2. Решите неравенство:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{81}$

б) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-10x} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{-21}$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{y-2x} = \frac{1}{2} \\ 6^{3x-y} = 6 \end{cases}$$

Вариант 7

5. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5}$

б) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

в) $2 \cdot 3^{x-1} - 3^{x} = 15$

2. Решите неравенство:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{81}$

б) $\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{y-2x} = \frac{1}{2} \\ 6^{3x-y} = 6 \end{cases}$$

Вариант 8

5. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x} = 4^{-2}$

б) $9^x - 2 \cdot 3^{x-1} - 27 = 0$

в) $4^{x+1} + 4^x = 320$

6. Решите неравенство:

а) $3^{3x+2} > 27$

б) $0{,}1 < 10^{2+x} < 10000$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4^{x+y} = 16 \\ 4^{x-2y-1} = 1 \end{cases}$$

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 пунктов задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил пункта 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 4.1. *Логарифмическая функция*

Тест 6
Логарифмическая функция

Вариант 1

Задания уровня А

1. Вычислите $\log_2 16$.

1) 16
2) 2
3) 1
4) 4

2. Вычислите $\log_3 3$.

1) 3
2) 0
3) 1
4) 2

3. **Вычислите $\log_3 \frac{1}{9}$.**

1) 2
2) – 2
3) 1
4) 3

4. **Вычислите $5^{\log_5 16}$.**

1) 5
2) 2
3) 16
4) 1

5. **Вычислите $3^{3\log_3 2}$.**

1) 3
2) 2
3) 8
4) 9

6. **Найдите x, если $\log_x 36 = 2$.**

1) 6
2) 2
3) 36
4) 64

7. **Вычислите $\log_2 2 \log_3 81$.**

1) 81
2) 2
3) 4
4) 3

8. **Вычислите $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$.**

1) 2
2) 3
3) 1
4) 12

9. **Вычислите $\log_5 75 – \log_5 3$.**

1) 2
2) 1
3) 5
4) 3

10. **Чему равно $\log_a b + \log_a c$?**

1) $\log_a (b + c)$
2) $\log_a (b - c)$
3) $\log_a bc$
4) $\log_a \frac{b}{c}$

11. **Назовите область определения функции $y = \log_2 (x - 2)$.**

1) $(0; \infty)$
2) $(1;+ \infty)$
3) $(- \infty;1)$

4) (- ∞; + ∞)

12. Решите уравнение $\log_2 x = -2$.

1) 4
2) $\frac{1}{4}$
3) -2
4) -4

13. Решите уравнение $\log_3 (x + 2) = 1$.

1) 1
2) 3
3) -1
4) 2

14. Решите неравенство $\lg x > 1$.

1) $x > 10$
2) $x < 10$
3) $x > 1$
4) $x > 0$

15. Какое из множеств является решением неравенства $\log_2 (x + 3) < 1$.

1) (- ∞; - 1)
2) (- ∞; + ∞)
3) (- 1; +∞)
4) (-1; 3)

Задания уровня В

1. Упростите $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$.
2. *Решите уравнение $\log_3 (x^2 + 7x - 5) = 1$.*
3. Решите уравнение $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0$.
4. Решите неравенство $\log_{1/2} (2x + 1) > -2$.
5. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x = y; \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 \end{cases}$

Вариант – 2

Задания уровня А

1. Вычислите $\log_3 27$.

1) 2
2) 1
3) 27
4) 3

2. Вычислите $\log_4 1$.

1) *1*
2) *4*
3) *0*
4) $\frac{1}{4}$

3. Вычислите $\log_{1/2} 4$.

1) *4*
2) *2*
3) *2*
4) $\frac{1}{4}$

4. Вычислите $6^{\log_6 13}$.

1) 13
2) 6
3) 1
4) 2

5. Вычислите $15^{2\log_{15} 3}$.

1) 2
2) 15
3) 3
4) 9

6. Найдите x, если $\log_2 4 = x$.

1) 4
2) – 2
3) 2
4) 1

7. Вычислите $\log_3 \log_2 8$.

1) 8
2) 3
3) 2
4) 1

8. Вычислите $\lg 5 - \lg 2$.

1) 1
2) 7
3) 3
4) 10

9. Вычислите $\log_3 15 - \log_3 5$.

1) 1
2) 10
3) 3
4) 0

10. Чему равно $\log_a b^k$?

1) b^k;
2) k
3) $\log_a b$
4) $k \log_a b$

11. Назовите область определения функции $y = \log_{0,5} (x + 5)$.

1) $(-6; +\infty)$
2) $(5; +\infty)$
3) $(-\infty; 5)$
4) $(-\infty; -5)$

12. Решите уравнение $\log_6 x = 2$.

1) 3
2) 36
3) 64
4) 6

13. Решите уравнение $\log_5 (x - 3) = 2$.

1) 28
2) 25
3) 2
4) 5

14. Решите неравенство $\log_3 x < 2$.

1) $x < 9$
2) $x < 2$
3) $x < 8$
4) $x < 3$

15. Какое из множеств является решением неравенства $\log_2 (x - 1) > 2$.

1) $(5; +\infty)$
2) $(-\infty; 5)$
3) $(1; +\infty)$
4) $(-\infty; 1)$

<u>Задания уровня В</u>

1. Упростите $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$.
2. Решите уравнение $\lg x + \lg 2 = 1$.
3. Решите уравнение $\log_{0,3} (2x + 5) = \log_{0,3} (x + 1)$.
4. Решите неравенство $\log_2 (x - 5) \le \log_2 3$.
5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_2 x = 1; \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 \end{cases}$

Ключи

	Вариант 1		Вариант 2
А1	4	А1	4
А2	3	А2	3
А3	2	А3	2
А4	3	А4	1
А5	3	А5	4
А6	1	А6	2
А7	2	А7	4
А8	1	А8	1
А9	1	А9	1
А10	3	А10	4
А11	2	А11	1
А12	2	А12	2
А13	1	А13	1
А14	1	А14	1
А15	1	А15	1
В1	$\frac{3}{4}$	В1	$\frac{3}{2}$
В2	1,8	В2	5
В3	8,4	В3	нет корней
В4	$(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$	В4	$(5; 8]$
В5	$(2;2), (-2; -2)$	В5	$(2; \frac{3}{2})$.

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 15, уровня В равно 4, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А от 11 до 14, уровня В от 2 до 3, студент получает оценку "Хорошо";

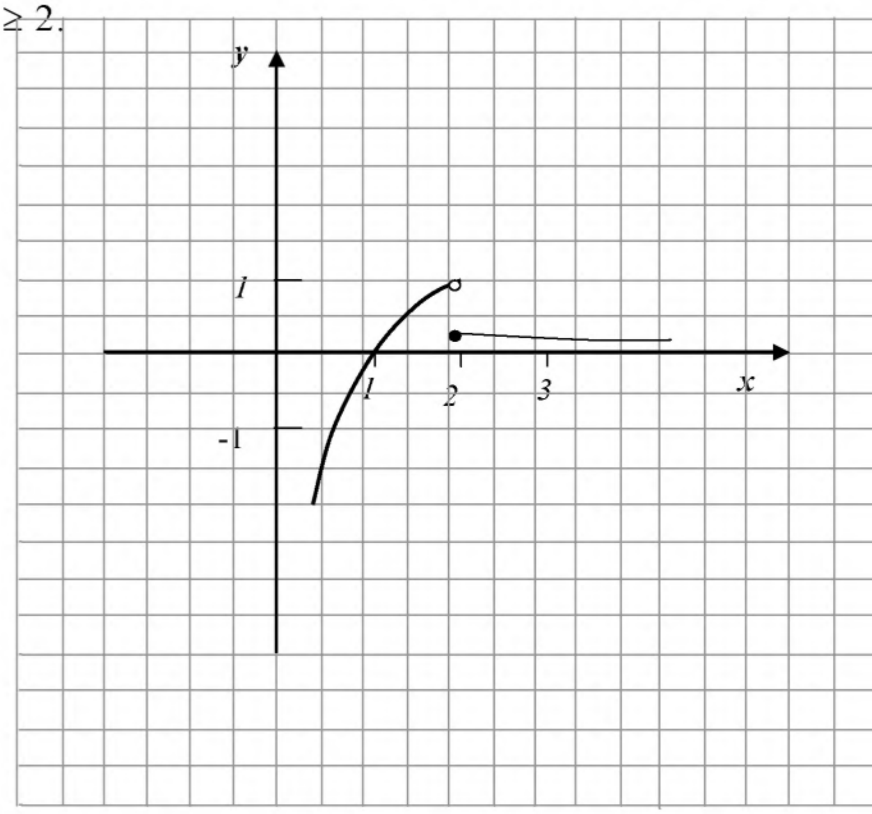
Количество правильных ответов уровня А от 7 до 10, уровня В хотя бы 1, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 7-ми из уровней А и В, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Логарифмическая функция"

Задача 1. *Постройте график функции*

$$y = \begin{cases} \log_2 x, если\, 0 < x < 2, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, если x \geq 2. \end{cases}$$



Решение.

1) y = log_2 x

,5

y   1

2) **y =** $\left(\frac{1}{2}\right)^X$

,25   ,125

Дополнительные вопросы:

1) Назовите область определения функции.

Ответ: D(y) = (0; + ∞)

2) Назовите область значений функции.

Ответ: E(y) = (- ∞ ; 1)

3)Является ли данная функция непрерывной?

Ответ: нет, так как функция претерпевает разрыв при x = 2.

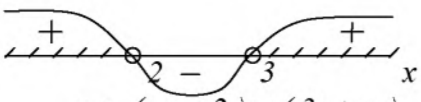
Задача 2. *Найдите область определения функции y = log^5 (x^2 – 5x + 6).*

Решение.

y = log_5 (x^2 – 5x + 6).

1) x^2 – 5x + 6 > 0,

(x – 2)(x – 3) > 0



x ∈ (- ∞; 2) ∪ (3; + ∞)

2)   D(y) = (- ∞ ; 2) ∪ (3; + ∞)

Ответ: D(y) = (- ∞ ; 2) ∪ (3; + ∞).

Задача 3. Вычислить $\left(\log_{0.3}\left(\frac{1}{0{,}09}\right) + \log_2\log_2\sqrt[4]{2} \right)\left(\sqrt{5} \right)^{\log_5 16}$

Решение.

$$\left(\log_{0.3}\left(\frac{1}{0{,}09}\right) + \log_2\log_2\sqrt[4]{2} \right)\left(\sqrt{5} \right)^{\log_5 16} = \left(-2+\log_2\frac{1}{4}\right)\left(5^{\log_5 16}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= (-2-2)16^{\frac{1}{2}} = -4\cdot 4 = -16.$$

Ответ: -16.

Задача 4. Вычислить $\left(3^{2-\log_3 4} + 2^{\log_2 5-1}\right)\cdot\log_6\frac{36}{6^{-6}}$.

Решение.

$$\left(3^{2-\log_3 4} + 2^{\log_2 5-1}\right)\cdot\log_6\frac{36}{6^{-6}} = \left(\frac{9}{3^{\log_3 4}} + 2^{\log_2 5}\cdot 2^{-1}\right)\cdot\log_6 6^8 =$$

$$\left(\frac{9}{4}+\frac{5}{2}\right)\cdot 8 = \frac{19}{4}\cdot 8 = 19\cdot 2 = 38.$$

Ответ: 38.

Задача 5. Решить уравнение $9^x + 4^x = 2{,}5\cdot 6^x$.

Решение.

$$9^x + 4^x = 2{,}5\cdot 6^x,$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x + 1 = 2{,}5\cdot\left(\frac{6}{4}\right)^x,$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2{,}5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 = 0,$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = t,\ t > 0,$$

$$t^2 - 2{,}5t + 1 = 0,$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2}, \\ t = 2. \end{array}\right.$$

$$\frac{1}{2} > 0;\ 2 > 0.$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{2}\ \textit{или}\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2,$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{2} \text{ или } \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2,$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}} \text{ или } \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{\frac{3}{2}}2},$$

$x = \log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}$, $\quad x = \log_{\frac{3}{2}}2$. **Ответ:** $\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}$, $\log_{\frac{3}{2}}2$.

Задача 6. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x + y = -10, \\ \log_3(3y - x) = 2. \end{cases}$

Задача 7. Найдите область определения функции $y = \log_3(2x + 15 - x^2)$.

Задача 8. Укажите наибольшее из чисел: $y_1 = \log_{0,7} 16$, $y_2 = \log_{0,7} 3{,}5$, $y_3 = \log_{0,7} \frac{1}{2}$, $y_4 = \log_{0,7} \frac{2}{3}$.

Задача 9. Укажите функцию, множеством значений которой является промежуток $(3; +\infty)$.

1) $y = \log_5(x + 3)$ 2) $y = -15^{x-2}$ 3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$ 4) $y = \log_{0,5}(x - 3)$

Задача 10. Вычислите $\log_2 32 - \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$.

Задача 11. Решить графически неравенство $\log_2 x \geq -x + 1$.

Проверочная работа № 4 по теме "логарифмическая функция"

Вариант I.

1. *Вычислить:* а) $\log_{1/2}16$; б) $5^{1-\log_5 3}$;
в) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$.
2. *Сравнить числа:* $\log_{1/2}3/4$ и $\log_{1/2}4/5$.
3. *Решить уравнение:* $\log_5(2x - 1) = 2$.
4. *Решить неравенство:* $\log_{1/3}(x - 5) > 1$.
5. *Решить уравнение:* $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$.
6. *Решить неравенство:* $\log_{1/6}(10 - x) + \log_{1/6}(x - 3) \geq -1$.
7*. *Решить неравенство:* $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$.

Вариант II.

1. *Вычислить:* а) $\log_3 1/27$; б) $1/3^{2\log_{1/3}7}$;
в) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$.
2. *Сравнить числа:* $\log_{0,9}1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9}1\frac{1}{3}$.
3. *Решить уравнение:* $\log_4(2x + 3) = 3$.
4. *Решить неравенство:* $\log_{1/2}(x - 3) > 2$.
5. *Решить уравнение:* $\log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x = 10$.
6. *Решить неравенство:* $\log_{1/2}(x - 3) + \log_{1/2}(9 - x) \geq -3$.
7*. *Решить неравенство:* $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 5.1. Тригонометрические формулы

Тест по теме: «Тригонометрические формулы»

Тест 7
Тригонометрические формулы

1. Если осуществить поворот точки P(1;0) на угол $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ *, то точка будет находиться в следующей четверти:*

1) I
2) II
3) III
4) IV

2. Значение выражения $\sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{6} - tg\frac{\pi}{4}$ *равно:*

1) -7
2) 7
3) $\frac{1}{4}$
4) $-\frac{1}{4}$

3. Решением уравнения $\cos(x + 3\pi) = 0$ *является:*

1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in z$
2) $2\pi k, k \in z$
3) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in z$
4) $\pi + 2\pi k, k \in z$

4. Результатом упрощения выражения $\frac{1 + tg^2\alpha}{1 + ctg^2\alpha}$ *является:*

1) 0
2) $tg\alpha$
3) $1 + tg\alpha$
4) $tg^2\alpha$

5. Вычислив $\cos 75^\circ$*, получим значение:*

1) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
2) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
3) $-\frac{1}{2}$
4) $\frac{1}{2}$

6. Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которого равна радиусу окружности, называется углом в … радиан.

7. Синусом угла α *называется ... точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол* α .

8. Градусная мера углов равностороннего треугольника равна ... градусам.

9. Отношение синуса угла α *к косинусу угла* α *есть ... угла* α .

10. Установить соответствия формул сложения тригонометрических функций:

1) $\cos(\alpha-\beta)$ *а)* $\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

2) $\cos(\alpha+\beta)$ *б)* $\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

3) $\sin(\alpha+\beta)$ *в)* $\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

4) $\sin(\alpha-\beta)$ *г)* $\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

11. Установить соответствие формул суммы и разности тригонометрических функций:

1) $\sin\alpha+\sin\beta$ *а)* $2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

2) $\sin\alpha-\sin\beta$ *б)* $-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

3) $\cos\alpha+\cos\beta$ *в)* $2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

4) $\cos\alpha-\cos\beta$ *г)* $2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

12. Установить соответствие между выражениями и результатами:

1) $\sin 75^\circ+\sin 15^\circ$ *а) 0*

2) $\cos 36^\circ+\cos 108^\circ$ *б) 4*

3) $\sin 105^\circ-\sin 75^\circ$ *в)* $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4) $\sin 105^\circ+\sin 165^\circ$ *г)* $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

13. Установить соответствие между выражениями и результатами:

1) $\sin\frac{7\pi}{6}$ *а) 1*

2) $\sin\frac{8\pi}{3}$ *б)* $\sqrt{3}$

3) $tg\frac{7\pi}{3}$ *в)* $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $tg\frac{25\pi}{4}$ *г)* $-\frac{1}{2}$

14. Расположить в порядке возрастания следующие значения косинуса:

1) $\frac{\pi}{3}$

2) $\frac{\pi}{6}$

3) $\frac{\pi}{2}$

4) π

15. Расположить в порядке убывания следующие значения синуса:

1) π

2) $\frac{\pi}{2}$

3) $\frac{\pi}{6}$

4) $\frac{\pi}{3}$

КЛЮЧ

1. 2), 2. 4), 3. 3), 4. 4), 5. 1), 6. 1), 7. ордината, 8. 60, 9. тангенс, 10. 1)-г, 2)-в, 3)-б, 4)-а, 11. 1)-в, 2)-г, 3)-а, 4)-б,

12. 1)-в, 2)-б, 3)-а, 4)-г, 13. 1)-г, 2)-в, 3)-б, 4)-а, 14. π, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, *15.* $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, π

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 15, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 11 до 14, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 7 до 10, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 7-ми, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по темам "Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат"

Задача 1. Найти градусную меру угла, выраженного в радианах:

$\frac{7}{3}\Pi$, $\frac{4}{5}\Pi$, $\frac{5}{6}\Pi$, $\frac{4}{3}\Pi$

Задача 2. Найти координаты точки, полученной поворотом точки P(1;0) на угол:

а) $-\frac{3}{2}\Pi + 2\Pi k, k \in Z$

б) $\Pi k, k \in Z$

в) $-\frac{7}{2}\Pi + 2\Pi k, k \in Z$

г) $\frac{\Pi}{2} + \Pi k, k \in Z$

Задача 3. Найти все углы (в радианах), на которые нужно повернуть точку P(1;0), чтобы получить точку с координатами:

а) (0;-1)

б) (1;0)

в) (-1;0)

г) (0;1)

Практические задания по теме "Тригонометрические формулы"

Задача 1. *Упростите выражение:* $\frac{cos(4t)}{cos(2t)-sin(2t)}-cos(2t).$

Задача 2. *Решите уравнение:* $sin(11x)=sin(3x)$

Задача 3. *Докажите тождество:* $4sin^2(45^o+2\alpha)-2sin(4\alpha)=2$

Задача 4. *Вычислите:* $cos(93^o)+sin(154^o)-cos(33^o)$

Задача 5. *Решите уравнение:* $-sin(x)-\sqrt{3}cos(x)=1$

Задача 6. *Решите уравнение:* $sin(7x)-2sin^2(x)+sin(3x)=-1$

Задача 7. *Упростите выражение:* $\frac{sin(-2t)cos(-t)}{2sin(t)}-1.$

Задача 8. *Решите уравнение:* $cos(12x)=cos(10x)$

Задача 9. *Докажите тождество:* $10sin^2(45^0+5\alpha)-5sin(10\alpha)=5$

Задача 10. *Вычислите:* $sin(84^o)+cos(126^o)-sin(24^o)$

Задача 11. *Решите уравнение:* $\frac{\sqrt{2}}{2}sin(x)+\frac{\sqrt{2}}{2}cos(x)=1$

Задача 12. *Решите уравнение:* $cos(7x)+2sin^2(5x)+cos(13x)=1$

Проверочная работа №5 по теме «Тригонометрические формулы»
Вариант 1

1. Упростить: $-4\sin^2\alpha+5-4\cos^2\alpha$.
2. Вычислить $3\sin^2\alpha-1$, если $\cos^2\alpha=0{,}5$.
3. Упростить: $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$.
4. Упростить: $\sin 2{,}5\alpha\cos 1{,}5\alpha+\sin 1{,}5\alpha\cos 2{,}5\alpha+\cos(4\pi-\alpha)$.
5. Вычислить: $4\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\cos(\pi-\alpha)$, если $\cos\alpha=-0{,}9$.
6. Вычислить: $\sqrt{15}\sin\alpha$, если $\cos\alpha=-\sqrt{\frac{11}{15}}$, $\frac{\pi}{2}\le\alpha\le\pi$.
7. Вычислить: $2\sqrt{3}\cdot\frac{\sin 50\sin 100+\cos 50\sin 10}{\cos 40\cos 100+\sin 40\cos 10}$.
8. Вычислить: $2\sqrt{3}\sin\frac{19\pi}{3}\sin\frac{17\pi}{6}$.

Вариант 2

1. Упростить: $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha$.
2. Вычислить $4\cos^2\alpha+2$, если $\sin^2\alpha=0{,}6$.
3. Упростить: $\frac{\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2}{1+\sin\alpha}$.

4. Упростить: $\cos 4\alpha \cos 6\alpha + \sin 4\alpha \sin 6\alpha + \cos(2\alpha - 2\pi)$.

5. Вычислить: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi - \alpha)$, если $\cos\alpha = -0,4$.

6. Вычислить: $\sqrt{21}\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{21}}$, $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$.

7. Вычислить: $\frac{\sin 50 \sin 20 + \cos 20 \sin 40}{\cos 40 \cos 70 + \sin 70 \cos 50}$.

8. Вычислить: $2\sqrt{6}\cos\frac{25\pi}{4}\sin\frac{8\pi}{3}$.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 8 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 5 заданий правильно или 6 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

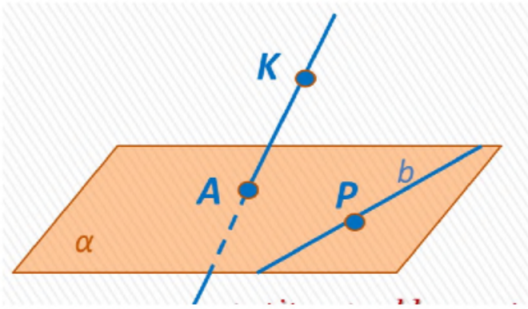
Если студент выполнил 4 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 4-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Практические задания на тему "Введение в стереометрию".

Задача 1.

Запишите с помощью символов взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, изображенных на рисунке.



Задача 2.

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Запишите с помощью символов ответы на вопросы:

а) по какой прямой пересекаются плоскости:

1) (ABC) и (AA_1D_1);

2) (AA_1B_1) и (AA_1D);

3) (BB_1C1) и (CC_1D_1);

б) каким плоскостям принадлежат точки A, C_1, D?

в) принадлежит ли B_1 плоскости:

1) (ABC),

2) (BB_1C_1),

3) $(A_1B_1C_1)$?

Задача 3.

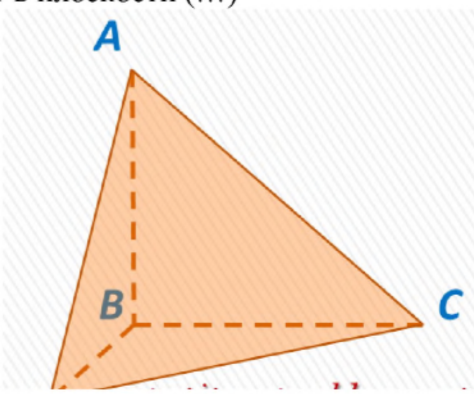
Дана треугольная пирамида ABCD.

Заполните пробелы в записях:

1) $(ABC)\cap(ABD)=\ldots$

2) точка B не принадлежит плоскости (…)

3) прямая AC лежит в плоскости (…)



D

Задача 4.

Прямая a пересекает плоскость α в точке A. В плоскости α лежит точка B. Плоскость проходит чрез прямую a и точку B. Сделайте соответствующий рисунок.

Задача 5. На сколько частей разделяется пространство:

а) двумя плоскостями;

в) четырьмя плоскостями.

Задача 6. Сколько плоскостей можно провести через:

1) одну точку;

2) две точки;
3) три точки?

Тема 7.1. Параллельность прямых и плоскостей.

Тест 8
Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
Вариант 1

1. Любые три точки лежат в одной плоскости.
1) да 2) нет
2. Любые четыре точки лежат в одной плоскости.
1) да 2) нет
3. Любые четыре точки не лежат в одной плоскости.
1) да 2) нет
4. Через любые три точки проходит плоскость и при этом только одна.
1) да 2) нет
5. Если прямая пересекает 2 стороны треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.
1) да 2) нет.
6. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.
1) да 2) нет
7. Если прямые не пересекаются, то они параллельны.
1) да 2) нет
8. Если плоскости не пересекаются, то они параллельны.
1) да 2) нет

Вариант 2

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
1) да 2) нет
2. Верно ли, что если две прямые не пресекаются, то они параллельны?
1) да 2) нет

3. Верно ли, что любые три точки лежат в одной плоскости?
1) да 2) нет

4. Верно ли, что если прямые не параллельны и не пересекаются, то они скрещиваются?
1) да 2) нет
5. Плоскости α и β параллельны, прямая m лежит в плоскости α. Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β?
1) да 2) нет
6. Верно ли, что если прямая а параллельна одной из двух параллельных плоскостей, то с другой плоскостью эта прямая имеет только одну общую точку?
1) да 2) нет
7. Верно ли, что через две пересекающиеся прямые всегда можно провести плоскость?
1) да 2) нет
8. Верно ли, что если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая не пересекает данную плоскость или ей не принадлежит?
1) да 2) нет
9. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α. Параллельны ли плоскость α и плоскость трапеции?

1) да 2) нет

10. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?

1) да 2) нет

Вариант 3

1. Могут ли прямая и плоскость иметь одну общую точку?

1) да 2) нет

2. Верно ли, что если прямая не имеет с плоскостью общих точек, то эта прямая параллельна плоскости?

1) да 2) нет

3. Верно ли, что любые четыре точки не лежат в одной плоскости?

1) да 2) нет

4. Верно ли, что две прямые a и b перпендикулярны друг другу, если a II c и b II c?

1) да 2) нет

5. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей

1) да 2) нет

6. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α, то и третья сторона параллельна плоскости α?

1) да 2) нет

7. Верно ли, что если прямая с пересекает прямую а и не пересекает прямую b, параллельную прямой а, то b и с – скрещивающиеся прямые?

1) да 2) нет

8. Две стороны параллелограмма параллельны плоскости α. Параллельны ли плоскость α и плоскость параллелограмма?

1) да 2) нет

9. Могут ли быть равны два непараллельных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?

1) да 2) нет

10. Могут ли пересекаться плоскости, параллельные одной и той же прямой?

1) да 2) нет

Вариант 4

1. Могут ли прямая и плоскость иметь множество общих точек?

1) да 2) нет

2. Верно ли, что через две параллельные прямые всегда можно провести плоскость?

1) да 2) нет

3. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?

1) да 2) нет

4. Верно ли, что если прямые не пересекаются, то они скрещиваются?

1) да 2) нет

5. Верно ли, что плоскости α и β параллельны, если две пересекающиеся прямые m и n плоскости α параллельны плоскости β?

1) да 2) нет

6. Может ли каждая из двух скрещивающихся прямых быть параллельна третьей прямой?

1) да 2) нет

7. Верно ли, что если плоскость содержит данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой?

1) да 2) нет

8. Верно ли, что если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?

1) да 2) нет

9. Верно ли утверждение, что плоскости параллельны, если две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым другой плоскости?

1) да 2) нет

10. Прямые a и c параллельны, а прямые b и a пересекаются. Могут ли прямые b и c быть параллельными?

1) да 2) нет

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 10, студент получает оценку "Отлично";

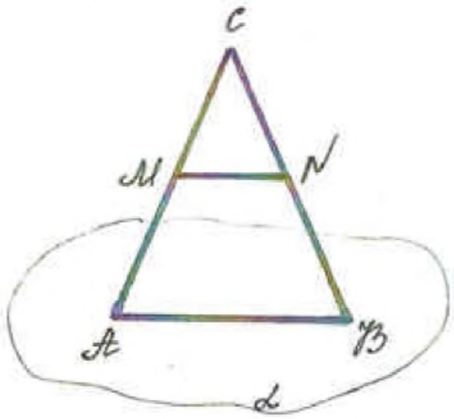
Количество правильных ответов от 8 до 9, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 5 до 7, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 5-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Параллельность прямых, прямой и плоскости"

Задача 1.



Дано:

Δ ABC,

AB ∈ α, C ∉ α,

AM = MC,

CN = NB.

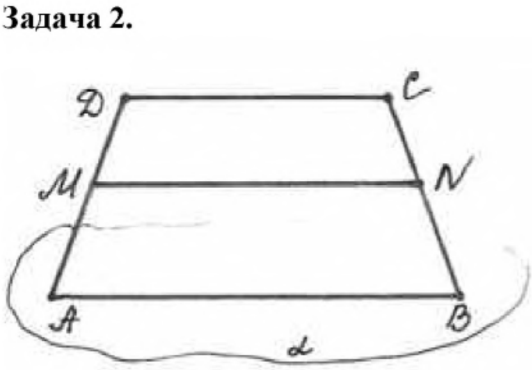
Доказать: MN ∥ α.

Доказательство.

MN - средняя линия треугольника ABC, значит MN ∥ AB, AB ∈ a .

Таким образом, MN ∥ a (по признаку параллельности прямой и плоскости).

Задача 2.



Дано:

ABCD - тралеция,

AB∈ α, CD ∉ α,

AM=MD, CN=NB.

Доказать: MN ∥ α.

Доказательство.

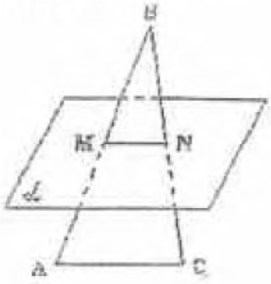
MN - средняя линия трапеции ABCD, значит MN || AB; AB ∈ a (по условию),

Таким образом, MN || a (по признаку параллельности прямой и плоскости).

Задача 3.

Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости a , а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.

Перед решением данной задачи необходимо вспомнить признаки подобия треугольников.



Дано:

Δ ABC, AC II α,

AB ∩ α = M,

BC ∩ α = N.

Доказать: Δ ABC подобен Δ MBN

Доказательство.

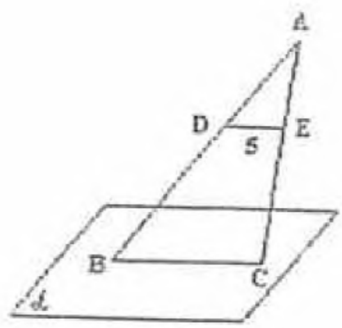
1. По утверждению 1° : MN || AC. Тогда угол A = углу BMN (как односторонние при параллельных прямых).

2. угол B - общий.

3. Таким образом, по двум углам треугольник ABC подобен треугольнику MBN.

Задача 4.

На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что OE = 5 см и BD = 2/3. Плоскость a проходит через точки B и C и параллельна отрезку OE. Найдите длину отрезка BC.



Дано:

Δ ABC,

D∈AB, E∈AC,

BC∈α, α II DE,

DE = 5 см, BD / DA = 2/3.

Найти: BC.

Доказательство.

Из условия задачи № 26: треугольник ABC подобен треугольнику ADE.

Тогда AB/AD = BC/DE, 5/3 = x/5, x = 25/3, x = $8^1/_3$.

Ответ: $8^1/_3$.

Практические задания по теме "Взаимное расположение прямых в пространстве"

Задача 1.

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите углы между прямыми: а) AB_1 и CC_1; б) AB_1 и CD_1; в) AB_1 и DA_1.

Решение.

а) Прямые AB_1 и CC_1 – скрещивающиеся. $\angle(AB_1; CC_1) = \angle(AB_1; BB_1) = 45°$ (по свойству диагоналей квадрата).

б) Прямые AB_1 и CD_1 – скрещивающиеся. $\angle(AB_1;CD_1) = \angle(AB_1; BA_1) = 90°$ (по свойству диагоналей квадрата).

в) Прямые AB_1 и DA_1 – скрещивающиеся. $\angle(AB_1; DA_1) = \angle(DC_1; DA_1) = 60°$ (ΔDC_1A_1 – равносторонний).

Наводящие вопросы:

- Каково взаимное расположение прямых?
- Как доказать, что прямые скрещивающиеся?
- Какой угол называется углом между скрещивающимися прямыми?
- Какую прямую, параллельную к одной прямой и пересекающую вторую прямую, можно рассмотреть?
- Какими свойствами обладает фигура, содержащая отрезки выбранных нами пересекающихся прямых?

Задача 2. EF – средняя линия трапеции KMNP и треугольника ABC. Докажите, что AC || KP и найдите KP и MN, если EF = 16 см, KP:MN = 3:5. (Ответ: 12 см и 20 см)

Задача 3. ST – средняя линия треугольника BMC. PQ – средняя линия треугольника AMD. XY – средняя линия трапеции ABCD. Докажите, что PQ || ST и найдите PQ и ST, если XY = 15 см, BC:AD = 1:4. (Ответ: 12 см и 3 см)

Проверочная работа №6 по теме "Параллельность прямых и плоскостей"

Вариант 1

1. Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α. Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное положение прямых EF и AB?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB, если $\angle ABC = 150°$? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырехугольник есть ромб.

Вариант 2

1. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка P – середина стороны AD, а K – середина стороны DC.

а) Каково взаимное положение прямых PK и AB?

б) Чему равен угол между прямыми PK и AB, если $\angle ABC = 40°$ и $\angle BCA = 80°$? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, M и N – середины сторон AB и BC соответственно; $E \in CD$, $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что четырехугольник $MNEK$ есть трапеция.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 5 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 пунта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 пункта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Тетраэдр и параллелепипед"

Задача 1.

Из точки A к плоскости α проведены два отрезка AC и AB = 9 см, точка $D \in AB$, точка $E \in AC$, $DE \parallel \alpha$ и AE/EC = 1/2. Найти отрезки AD и DB.

Решение:

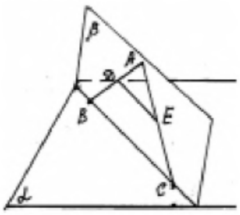


рис. 32

1) Так как прямые AB и AC пересекающиеся, то по следствию 2 из аксиом существует плоскость (ABC), пусть β.

2) По аксиоме 3 $\beta \cap \alpha$ = BC. По аксиоме 2 DE принадлежит β, а т.к. $DE \parallel \alpha$, то $DE \parallel BC$.

3) По теореме Фалеса AE/EC = AD/DB. Пусть AD = x и DB = 9-x, тогда 1/2 = x/(9-x), 9-x = 2x, x=3, т.е. AD = 3 см, DB = 9-3 = 6 (см).

Ответ: AD = 3 см, DB = 6 см.

Задача 2.

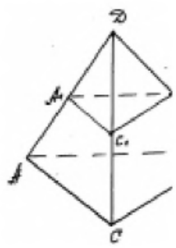


рис. 33

Дано: DABC - тетраэдр, A_1, B_1, C_1 - середины рёбер AD, CD и BD.

Доказать: $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$

Доказательство:

1. По аксиоме 2 A_1C_1 принадлежит (A D C), а т.к. A_1 и C_1 - середины AD и DC, то A_1C_1 - средняя линия $\Delta ADC \Rightarrow A_1C_1 \parallel AC$ по свойству средней линии.
2. Аналогично рассуждая, получаем: $A_1B_1 \parallel AB$.
3. По признаку параллельности плоскостей $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.

Задача 3. Постройте сечение тетраэдра плоскостью MNK, где M и N – середины ребер AB и BC

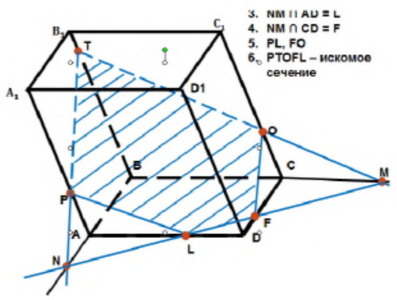
Задача 4.

Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью MNK, если $M \in AA_1$, $N \in BB_1$, $K \in CC_1$.

Задача 5: Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью PTO, если P, T,O принадлежат соответственно ребрам AA_1, BB_1, CC_1.

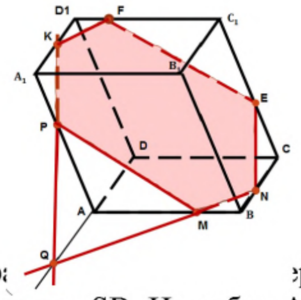
Решение.

1. $TO \cap BC = M$
2. $TP \cap AB = N$
3. $NM \cap AD = L$
4. $NM \cap CD = F$
5. PL, FO
6. PTOFL – искомое сечение.



Задача 6: Постройте сечение параллелепипеда плоскостью KMN, если $K \in A_1D_1$, N $\in BC$, $M \in AB$.

Решение:



1. $MN \cap AD = Q$;
2. $QK \cap AA_1 = P$;
3. PM;
4. NE || PK; KF || MN;
5. FE.

MPKFEN – искомое сечение.

Задача 7. В правильной треугольной пир… …ершину C и середину ребра SA проведите сечение пирамиды, параллельное SB. На ребре AB взята точка F так, что AF:FB=3:1. Через точку F и середину ребра SC проведена прямая. Будет ли эта прямая параллельна плоскости сечения?

Задача 8. AB_1C - сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Через точки E, F, K, которые являются соответственно серединами ребер DD_1, A_1D_1, D_1C_1 проведено второе сечение. Докажите, что треугольники EFK и AB_1C подобны, и установите какие углы этих треугольников равны между собой.

Задача 9. Найдите отношение, в котором плоскость MNK делит ребро AB, если CN : ND = 2:1, BM = MD и точка K – середина м едианы AL треугольника ABC.

Проверочная работа №7 по теме "Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед."

Вариант 1

1. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными;

б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_2B_2, если A_1B_1 = 12 см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3. Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами ребер AB, BC и DD_1.

Вариант 2

1. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными;

б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_1B_1, если A_2B_2 = 15 см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N, являющиеся серединами ребер DC и BC, и точку K, такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 2 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 1 задание правильно, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент не выполнил ни одного задания, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тест 9
Многогранники
Вариант 1

1. Многогранник – это тело, поверхность которого состоит из:
а) параллелограммов
б) многоугольников и треугольников
в) многоугольников
г) многоугольников и параллелограммов
2. Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется
а) правильной
б) прямой
в) наклонной
г) перпендикулярной
3. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий
а) любые две вершины многогранника
б) две вершины, не принадлежащие одной грани
в) две вершины, принадлежащие одной грани
г) две вершины, одного основания
4. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна
а) произведению периметра основания на длину бокового ребра призмы
б) произведению периметра основания на апофему
в) произведению длины ребра основания на высоту призмы
г) произведению длин ребер основания на высоту призмы
5. Количество ребер шестиугольной призмы
а) 18
б) 6
в) 24
г) 12
6. Наименьшее число граней призмы
а) 3
б) 4
в) 5
г) 6
7. Параллелепипед – это тело, поверхность которого состоит из:
а) параллелограммов
б) четырех параллелограммов
в) поверхность, составленная из параллелограмма и четырех треугольников
г) поверхность, составленная из шести параллелограммов
8. Свойство пирамиды: если боковые ребра пирамиды равнонаклонены к основанию, то они равны, а вершина пирамиды проектируется
а) в центр окружности, описанной около основания
б) в центр окружности, вписанной в основание

в) в центр основания

г) в одну из вершин основания

9. Апофема – это

а) высота пирамиды

б) высота боковой грани пирамиды;

в) высота боковой грани правильной пирамиды

г) высота основания пирамиды

10. Площадь полной поверхности пирамиды равна

а) сумме площади ее боковой поверхности и площади основания

б) сумме квадратов трех ее измерений

в) сумме площадей двух ее граней

г) сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований

11. Постройте правильную треугольную пирамиду и укажите ее основные элементы.

Вариант 2

1. Поверхность призмы состоит из

а) двух многоугольников, расположенных в двух равных плоскостях и конечного числа параллелограммов

б) двух равных многоугольников и конечного числа параллелограммов

в) двух равных многоугольников, расположенных в двух плоскостях и конечного числа параллелограммов

г) двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях и конечного числа параллелограммов

2. Правильная призма – это

а) призма, основанием которой является правильный многоугольник

б) призма, основанием которой является равносторонний треугольник

в) прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник

г) прямая призма, основанием которой является квадрат

3. Высотой призмы называется:

а) отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани

б) отрезок, соединяющий две вершины, принадлежащие одной грани

в) расстояние между плоскостями ее оснований

г) расстояние между двумя боковыми гранями

4. Площадь полной поверхности призмы равна

а) сумме площади ее боковой поверхности и двух площадей оснований

б) сумме площади ее боковой поверхности и площади основания

в) сумме квадратов трех ее измерений

г) сумме площадей двух ее граней

5. Количество граней шестиугольной призмы

а) 6

б) 8

в) 10

г) 12

6. Наименьшее число ребер призмы

а) 9

б) 8

в) 7

г) 6

7. Выберите верное утверждение

а) параллелепипед состоит из шести треугольников б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку

в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

г) параллелепипед имеет всего шесть ребер

8. Свойство пирамиды: если две грани пирамиды перпендикулярны основанию, то их линия пересечения является

а) высотой пирамиды

б) апофемой пирамиды

в) радиусом окружности, описанной около основания

г) радиусом окружности, вписанной в основание

9. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

а) диагональю

б) медианой

в) апофемой

г) ребром

10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна

а) половине произведения периметра основания на апофему

б) произведению периметра основания на апофему

в) половине произведения периметра основания на высоту пирамиды

г) произведению периметра основания на высоту пирамиды

11. Постройте наклонную четырехугольную призму и укажите ее основные элементы.

Ключ к тесту

Вариант 1	
1.	**в**
2.	**б**
3.	**б**
4.	**а**
5.	**а**
6.	**в**
7.	**г**
8.	**а**
9.	**в**
10.	**а**

Вариант 2	
1.	**г**
2.	**в**
3.	**в**
4.	**а**
5.	**б**
6.	**а**
7.	**в**
8.	**а**
9.	**в**
10.	**а**

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 10, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 8 до 9, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 5 до 7, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 5-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Многогранники".

Задача 1. Чему равен объем пирамиды с высотой 2м и площадью основания 3м^2?

Задача 2. А чему равна площадь основания пирамиды с высотой 3 и объемом 1?

Задача 3. У пирамиды все 4 боковые грани равны друг другу, а в основании лежит квадрат. Ее апофема равна 2 м, а сторона основания равна 1 м. Чему равна площадь поверхности пирамиды?

Задача 4. Сколько вершин имеет правильный многоугольник, который лежит в основании правильной пирамиды, если высота боковой грани, проведенная из вершины, равна 4, ребро основания равно 1, а площадь боковой поверхности равна 10?

Задача 5. Объем прямой призмы равен 100, а площадь основания — 10. Чему равно боковое ребро?

Задача 6. Найдите сторону основания призмы, если площадь боковой поверхности равна 12, высота 2, а в основании лежит правильный шестиугольник.

Задача 7. В прямой шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1\ E_1F_1$ высота равна 3, а боковое ребро равно 2. Чему равен отрезок AD_1?

Задача 8. Угол одной из граней параллелепипеда равен 30°, боковое ребро наклонено под углом 60° к этой грани. Чему равен объем параллелепипеда, если все ребра равны $\sqrt{3}$?

Задача 9. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 1 и 2. Чему равно третье ребро, если площадь поверхности параллелепипеда равна 16?

Проверочная работа №8 по теме "Многогранники"

Вариант 1

1. Основанием пирамиды DABC является правильный треугольник ABC, сторона которого равна a. Ребро перпендикулярно к плоскости ABC, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30 ^{o}. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб ABCD, сторона которого равна a и угол равен 60^o. Плоскость AD_1C_1 составляет с плоскостью основания угол 60^o.

Найдите:

а) высоту ромба;

б) высоту параллелепипеда;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г)* площадь поверхности параллелепипеда.

Вариант 2

1. Основанием пирамиды MABCD является квадрат ABCD, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, AD=DM=a. Найдите площадь поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм ABCD, стороны которого равны $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен 45^o. Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма.

Найдите:

а) меньшую высоту параллелограмма;

б) угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г)* площадь поверхности параллелепипеда.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 5 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 пункта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 пункта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Зачет по теме «Многогранники»
Вариант 1.

Задание 1. Изобразите треугольную пирамиду. Дайте определение пирамиды. Что называется высотой пирамиды? Основанием? Боковой гранью? Какая пирамида называется правильной? Что такое апофема? Как вычислить площадь боковой поверхности пирамиды? Как вычислить площадь полной поверхности пирамиды?

Задание 2. Ответьте на вопросы:

1. Верно ли, что все грани прямой призмы - прямоугольники?
2. Призма – это многогранник или многоугольник?
3. Что лежит в основании правильной треугольной призмы?
4. Что вы можете сказать о боковых рёбрах призмы?
5. Когда высота призмы равна её боковому ребру?
6. Верно ли, что если две боковые грани призмы перпендикулярны к плоскости основания, то призма является прямой?
7. Какими геометрическими фигурами являются боковые грани прямой призмы?
8. Сколько диагоналей у четырёхугольной призмы?
9. Может ли сечение куба делить его на две правильные призмы?
10. Тетраэдр является разновидностью призмы или пирамиды?
11. Какие элементы правильной 4-угольной призмы нужно знать, чтобы вычислить площадь её боковой поверхности?
12. Назовите две пары параллельных граней прямой призмы ABCDA1B1C1D1 если ее основание – трапеция ABCD с боковыми сторонами AB и CD.
13. Сколько градусов составляет угол между боковым ребром и основанием прямой призмы?
14. В треугольной пирамиде DABC назовите высоту, если боковые грани DAB и DBC перпендикулярны к основанию ABC.
15. В кубе ABCDA1B1C1D1 проведено сечение, параллельное ребрам AB и CC1. Определите вид многоугольника, полученного в сечении.
16. Верно ли, что если призма правильная, то все ребра ее основания равны?
17. В пирамиде DABC ребра DA, DB и DC равны. Определите вид треугольника ABC, если основание высоты пирамиды лежит вне треугольника ABC.
18. Плоскость, пересекающая правильный тетраэдр DABC, параллельна ребрам DA и BC. Определите вид многоугольника, полученного в сечении.

Вариант 2.

Задание 1. Изобразите треугольную призму. Дайте определение призмы. Что называется высотой призмы? Основанием? Боковой гранью? Какая призма называется прямой? Какая призма называется правильной? Как вычислить площадь боковой поверхности призмы? Как вычислить площадь полной поверхности призмы?

Задание 2. Ответьте на вопросы:

1. Верно ли, что все грани наклонной призмы - параллелограммы?
2. Куб является разновидностью призмы или пирамиды?
3. Какой будет призма, если её боковые рёбра перпендикулярны основаниям?

4. Пирамида – это многогранник или многоугольник?
5. Что лежит в основании правильной четырёхугольной призмы?
6. Какими геометрическими фигурами являются боковые грани пирамиды?
7. Сколько диагоналей у треугольной призмы?
8. Верно ли, что если две смежные боковые грани призмы перпендикулярны к плоскости основания, то призма является прямой?
9. Что вы можете сказать об основаниях призмы?
10. Можно ли найти площадь боковой поверхности правильной 5-угольной призмы, зная только сторону её основания и высоту?
11. Когда боковое ребро призмы больше её высоты?
12. Может ли сечение куба делить его на две прямых треугольных призмы?
13. Назовите две пары параллельных граней прямой призмы ABCDA1B1C1D1 если ее основание – трапеция ABCD с боковыми сторонами AD и BC.
14. В треугольной пирамиде DABC назовите высоту, если боковые грани DAC и DBC перпендикулярны к основанию ABC.
15. В кубе ABCDA1B1C1D1 проведено сечение, параллельное ребрам BC и AA1. Определите вид многоугольника, полученного в сечении.
16. Верно ли, что если все ребра основания прямой призмы равны, то она является правильной?
17. В пирамиде DABC ребра DA, DB и DC равны. Определите вид треугольника ABC, если основание высоты пирамиды лежит на отрезке AC.
18. Плоскость, пересекающая правильный тетраэдр DABC, параллельна ребрам CD и AB. Определите вид многоугольника, полученного в сечении**.**

Критерии оценивания зачета по теме «Многогранники».

Если студент ответил на все вопросы с приведением примеров и с точным чертежом, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил полностью первое задание с точным чертежом и ответил на вопросы второго задания частично, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил частично первое задание и ответил на вопросы второго задания полностью, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент частично выполнил первое задание и ответил на половину вопросов второго задания, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент меньше половины первого и второго заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 9.1. Тригонометрические уравнения
Тест 10
Тригонометрические уравнения
Вариант 1

1. Решить уравнение: *cos 0,5x = - 1* .

а) $x = 3\pi + 4\pi n, n \in Z$; в) $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$;

б) $x = 2\pi + 4\pi n, n \in Z$; г) $x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$.

2. Решить уравнение: $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

а) $x = (-1)^{\kappa} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi\kappa}{4} \kappa \in Z$; в) $x = (-1)^{\kappa} \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi\kappa}{2}, \kappa \in Z$

б) $x=(-1)^{\kappa}\cdot\frac{\pi}{24}+\frac{\pi}{12}+\frac{\pi\kappa}{4},\kappa\in Z$; г) $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},n\in Z$.

3. Решить неравенство: $\underline{\sin x \prec \frac{1}{2}}$.

а) $\left(-\frac{7\pi}{6}+2\pi n,\frac{\pi}{6}+2\pi n\right),n\in Z$; в) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n,\frac{5\pi}{6}+2\pi n\right),n\in Z$;

б) $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n,\frac{5\pi}{6}+\pi n\right),n\in Z$; г) $\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\frac{13\pi}{6}+2\pi n\right),n\in Z$.

4. Решить уравнение: $\underline{2\cos^2 x = 3\sin x}$.

а) $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n,n\in Z$; в) $x=(-1)^{\kappa+1}\cdot\frac{\pi}{6}+\pi\kappa,\kappa\in Z$;

б) $x=(-1)^{\kappa}\cdot\frac{\pi}{6}+\pi\kappa,\kappa\in Z$; г) $x=(-1)^{\kappa+1}\cdot\frac{\pi}{3}+\pi\kappa,\kappa\in Z$.

5. Решить уравнение: $\underline{\sin x + \sin 5x = 0}$.
Найдите его наименьший положительный корень.

а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{\pi}{4}$; г) $\frac{\pi}{2}$.

Вариант 2

1. Решить уравнение: $\underline{\sin 0{,}5x = -1}$.

а) $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$; в) $x=-\pi+4\pi n,n\in Z$;

б) $x=\pi+2\pi n$; г) $x=-\frac{\pi}{4}+4\pi n,n\in Z$.

2. Решить уравнение: $\underline{\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

а) $x=\frac{5\pi}{18}+\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi n}{3}$; в) $x=\pm\frac{5\pi}{3}+6\pi n,n\in Z$

б) $x=\pm\frac{5\pi}{18}-\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi n}{3},n\in Z$; г) $x=\pm\frac{\pi}{18}-\frac{3\pi}{4}+6\pi n,n\in Z$.

3. Решить неравенство: $\underline{\cos x \succ -\frac{1}{2}}$.

а) $\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\frac{2\pi}{3}+2\pi n\right),n\in Z$; в) $\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\frac{\pi}{3}+2\pi n\right),n\in Z$;

б) $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi n,\frac{2\pi}{3}+2\pi n\right),n\in Z$; г) $\left(-\frac{\pi}{3}+\pi n,\frac{\pi}{3}+\pi n\right),n\in Z$.

4. Решить уравнение: <u>$2\sin^2 x - 5 = -5\cos x$</u> .

а) $x = 2\pi n, n \in Z$; в) $x = -\dfrac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$;

б) $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$; г) $x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$.

5. Решить уравнение: <u>$\cos x - \cos 5x = 0$</u> .

Найдите его наименьший положительный корень.

а) $\dfrac{\pi}{6}$; б) $\dfrac{\pi}{2}$; в) $\dfrac{\pi}{4}$; г) π .

ОТВЕТЫ: Вариант 1 (1 <u>б,</u> 2 <u>б,</u> 3 <u>а (г),</u> 4 <u>б,</u> 5 <u>б),</u> Вариант 2 (1 <u>в,</u> 2 <u>б,</u> 3 <u>а,</u> 4 <u>а,</u> 5 <u>а</u>)

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 5, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов равно 4, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов равно 3, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 3-х, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Тригонометрические уравнения"

Задача 1. Решить уравнения:

а) $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; г) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$;

б) $\sin 3x = -1$; д) $\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$;

в) $tg\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$; е) $2\cos^2 x + 2\sin x = 2{,}5$.

Задача 2. Решить неравенство:

а) $\sin x \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t \succ \dfrac{1}{2}$; в) $tg 3x \succ \sqrt{3}$;

Задача 3. Решить уравнения:

а) $\sin 2x = -\cos 2x$; в) $tgx + ctgx = 2$;

б) $(\cos x + \sin x)^2 = \cos 2x$; г) $\cos 2x = \cos x - 1$.

Задача 4. Решить систему:

а) $\begin{cases} x - y = \pi; \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4\sin x + \cos y = -1; \\ 3\cos y - 2\sin y = 4. \end{cases}$

Задача 5. Решить неравенство:

а) $tg\ \dfrac{x}{2} \le -1$; б) $3 - 4\cos^2 x \succ 0$.

Проверочная работа №9 по теме «Тригонометрические уравнения»

1 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\sin 6x = \frac{9}{8}$

д) $\cos(4x + \frac{\pi}{3}) = -1$

е) $tg(3x + \frac{\pi}{6}) = 1$

ж) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

з) $\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

2 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$

в) $tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

г) $\cos 3x = -\frac{5}{3}$

д) $\sin(4x - \frac{\pi}{3}) = 0$

е) $tg(2x - \frac{\pi}{6}) = -1$

ж) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

з) $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\cos 4x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

3 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$

в) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$

г) $\sin 2x=\frac{4}{3}$

д) $\cos(4x-\frac{\pi}{3})=1$

е) $tg(2x-\frac{\pi}{6})=-1$

ж) $2\cos^2 x+3\cos x-2=0$

з) $\cos^2 x-\sqrt{3}\cos x\sin x=0$

2. Решите неравенства

а) $\sin 2x\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **б)** $\cos\left(\frac{x}{4}\right)\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$

4 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$

в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\cos 4x=-\frac{8}{3}$

д) $\sin(7x+\frac{\pi}{3})=-1$

е) $tg(2x+\frac{\pi}{6})=1$

ж) $2\sin^2 x+\sin x-1=0$

з) $\sin^2 x+\sqrt{3}\cos x\sin x=0$

2. Решите неравенства

а) $\sin 3x\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$ **б)** $\cos\frac{x}{2}\leq-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(5x+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{6})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\sin 3x = -2.3$

д) $\cos(5x - \frac{\pi}{3}) = 0$

е) $tg(6x + \frac{\pi}{3}) = -1$

ж) $2ctg^2 x + 3ctgx - 2 = 0$

з) $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin 4x \geq -\frac{1}{2}$ **б)** $\cos\left(\frac{x}{9}\right) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

6 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(5x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $tg\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$

г) $\cos 3x = 1.3$

д) $\sin(4x - \frac{\pi}{3}) = 1$

е) $tg(2x + \frac{\pi}{4}) = 1$

ж) $2ctg^2 x + ctgx - 1 = 0$

з) $\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin 3x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ **б)** $\cos(\frac{x}{2}) \leq -\frac{1}{2}$

7 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(3x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $tg\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

г) $\sin\frac{x}{3} = \frac{6}{5}$

д) $\cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$

е) $tg(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6}) = 1$

ж) $2tg^2x + 3tgx - 2 = 0$

з) $\cos^2 x - 2\cos x \sin x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin(\frac{x}{2}) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\cos 3x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

8 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\sin(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

в) $tg\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\cos(\frac{x}{5}) = -\frac{7}{4}$

д) $\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = 0$

е) $tg(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{3}) = -1$

ж) $2tg^2x + tgx - 1 = 0$

з) $\sin^2 x + 2\cos x \sin x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin(\frac{x}{3}) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos 6x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

9 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$

б) $\sin(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $tg\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\cos 6x = -\frac{9}{8}$

д) $\sin(4x - \frac{\pi}{3}) = 1$

е) $tg(3x - \frac{\pi}{6}) = -1$

ж) $-4\sin^2 x - 6\sin x + 4 = 0$

з) $2\cos^2 x + \sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin x \le \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

10 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\sin(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$

в) $tg\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

г) $\sin 3x = \frac{5}{3}$

д) $\cos(4x - \frac{\pi}{3}) = 0$

е) $tg(3x + \frac{\pi}{6}) = 1$

а) $-4\cos^2 x - 2\cos x + 2 = 0$

б) $2\sin^2 x - \sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

а) $\sin x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\cos 4x \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$

Критерии оценивания проверочнойработы студента.

Если студент выполнил все 10 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил пунктов заданий от 8 до 9, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил пунктов заданий от 5 до 7 правильно, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 7-ми пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 9.2. Тригонометрические функции

Тест 11

Тригонометрические функции

Вариант 1

А. *Выберите правильный ответ.*

А1. Найдите область определения функции *y = 2sin x + tg x.*

1) x – любое число; 2) x$\in$*R, кроме x=0; 3) x*$\in$*R, кроме* $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ *;*

4) x$\in$*R, кроме x=1.*

А2. Какими свойствами обладает функция *y = 2 – sin 3x* ?

1) нечетная, периодическая; 2) ни четная ни нечетная, непериодическая;

3) четная, периодическая; 4) ни четная ни нечетная, периодическая.

А3. Найдите все корни уравнения *tg x = 1*, принадлежащие промежутку *[-π; 2π].*

1) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4};$ *2)* $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4};$ *3)* $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4};$ *4)* $\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}.$

А4. Найдите наименьший положительный период функции $y = 2sin\ 3x$.

1) π; *2)* 3π; *3)* $\frac{\pi}{3}$; *4)* $\frac{2\pi}{3}$.

А5. Выберите верное неравенство:

1) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) < tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; *2)* $tg\,\frac{3\pi}{4} < tg\,\frac{5\pi}{4}$; *3)* $tg\,\frac{\pi}{3} > tg\,\frac{4\pi}{3}$; *4)* $tg\,\frac{7\pi}{6} < tg\,\frac{5\pi}{6}$.

В. *Запишите правильный ответ.*

В1. Найдите длину отрезка, который является областью значений функции $y = 3 - 4\sin^2 x$

В2. Найдите сумму всех корней уравнения $tg\frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};\pi\right]$.

В3.Сколько целых чисел из промежутка $\left[-\frac{3\pi}{2};2\pi\right]$ принадлежит области определения функции $y = \sqrt{\cos x}$?

С. *Для каждого задания приведите решение и укажите ответ.*

С1. Найдите все значения x, при которых функция $y = 1 - 2cos^2 x$ принимает положительные значения.

С2. Найдите множество значений функции $y = 2sin\,x$, если x принадлежит промежутку $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$.

С3. Постройте график функции $y = \ cos\,x|$.

Вариант 2

А. *Выберите правильный ответ.*

А1. Найдите область определения функции $y = \frac{1 - 2\sin^2 x}{3x}$.

1) $x\in R$; *2)* $x\in R$, *кроме* $x=0$; *3)* $x\in R$, *кроме* $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$; *4)* $x\in R$, *кроме* $x=1$.

А2. Какими свойствами обладает функция $y = 3x - cos\,x$.

1) нечетная, периодическая; 2) ни четная ни нечетная, непериодическая;
3) четная, периодическая; 4) ни четная ни нечетная периодическая.

А3. Найдите все корни уравнения $sin\,x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, принадлежащие промежутку$[-\pi;2\pi]$.

1) $-\frac{3\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$;; *2)* $\frac{\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$; *3)* $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; *4)* $\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$.

А4. Найдите наименьший положительный период функции $y = 2sin\ \frac{x}{3}$.

1) 6π; *2) 3π;* *3) $\frac{\pi}{3}$;* *4) $\frac{2\pi}{3}$.*

А5. Выберите верное неравенство:

1) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) > \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $\sin\frac{3\pi}{4} < \sin\frac{5\pi}{4}$; 3) $\sin\frac{\pi}{3} < \sin\frac{4\pi}{3}$; 4) $\sin\frac{7\pi}{6} > \sin\frac{5\pi}{6}$.

В. *Запишите правильный ответ.*

В1. Найдите длину отрезка, который является областью значений функции $y = 5 + 4\cos^2 x$

В2. Найдите сумму всех корней уравнения $tg 2x = 1$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

В3. Сколько целых чисел из промежутка $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ принадлежит области определения функции $y = \sqrt{tgx}$?

С. *Для каждого задания приведите решение и укажите ответ.*

С1. Найдите все значения х, при которых функция $y = 1{,}5 - 2\cos^2 x$ принимает положительные значения.

С2. Найдите множество значений функции $y = 6\sin^2 x - 8\cos^2 x$.

С3. Постройте график функции $y = tg\,|x|$.

Вариант 3

А. *Выберите правильный ответ.*

А1. Найдите область определения функции $y = 2\sin x + tg\,x$.

1) x – любое число; 2) $x \in R$, кроме $x=0$; 3) $x \in R$, кроме $x=1$;

4) $x \in R$, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

А2. Какими свойствами обладает функция $y = 2 - \sin 3x$?

1) ни четная ни нечетная, периодическая; *3) четная, периодическая;*

2) ни четная ни нечетная, непериодическая; *4) нечетная, периодическая.*

А3. Найдите все корни уравнения $tg\,x = 1$, принадлежащие промежутку $[-\pi; 2\pi]$.

1) $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$; *2) $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$;* *3) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$;* *4) $\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$.*

А4. Найдите наименьший положительный период функции $y = 2\sin 3x$.

1) π; *2) $\frac{2\pi}{3}$;* *3) $\frac{\pi}{3}$;* *4) 3π.*

А5. Выберите верное неравенство:

1) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) < tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $tg\frac{\pi}{3} > tg\frac{4\pi}{3}$; 3) $tg\frac{3\pi}{4} < tg\frac{5\pi}{4}$; 4) $tg\frac{7\pi}{6} < tg\frac{5\pi}{6}$.

В. *Запишите правильный ответ.*

В1. Найдите длину отрезка, который является областью значений функции $y = 3 + 6\sin^2 x$

В2. Найдите сумму всех корней уравнения $tg\frac{x}{2} = \sqrt{3}$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

В3.Сколько целых чисел из промежутка $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ принадлежит области определения функции $y = \sqrt{\cos x}$?

С. *Для каждого задания приведите решение и укажите ответ.*

С1. Найдите все значения x, при которых функция $y = 1 - 2\sin^2 x$ принимает положительные значения.

С2. Найдите множество значений функции $y = 2\sin x$, если x принадлежит промежутку $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

С3. Постройте график функции $y = \cos x|$.

Вариант 4

А. *Выберите правильный ответ.*

А1. Найдите область определения функции $y = \frac{1 - 2\sin^2 x}{3x}$.

1) $x \in R$, кроме $x=0$; 2) $x \in R$; 3) $x \in R$, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$; 4) $x \in R$, кроме $x=1$.

А2. Какими свойствами обладает функция $y = 3x^2 - \cos x$.

1) нечетная, периодическая; 2) ни четная ни нечетная, непериодическая;

3) четная, непериодическая; 4) ни четная ни нечетная периодическая.

А3. Найдите все корни уравнения $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, принадлежащие промежутку $[-\pi; 2\pi]$.

1) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$;; 2) $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$; 4) $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$.

А4. Найдите наименьший положительный период функции $y = 2\sin\frac{x}{3}$.

1) $\frac{\pi}{3}$; 2) 3π; 3) 6π; 4) $\frac{2\pi}{3}$.

А5. Выберите верное неравенство:

1) $\sin\frac{7\pi}{6} > \sin\frac{5\pi}{6}$; 2) $\sin\frac{3\pi}{4} < \sin\frac{5\pi}{4}$; 3) $\sin\frac{\pi}{3} < \sin\frac{4\pi}{3}$; 4) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) > \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

В. *Запишите правильный ответ.*

В1. Найдите длину отрезка, который является областью значений функции $y = 2 + 2\cos^2 x$

В2. Найдите сумму всех корней уравнения $tg\,2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

В3. Сколько целых чисел из промежутка $[-\pi; 2\pi]$ принадлежит области определения функции $y = \sqrt{\sin x}$?

С. *Для каждого задания приведите решение и укажите ответ.*

С1. Найдите все значения x, при которых функция $y = 1{,}5 - 2\cos^2 x$ принимает положительные значения.

С2. Найдите множество значений функции $y = 6\sin^2 x - 8\cos^2 x$.

С3. Постройте график функции $y = tg\,|x|$.

Ответы к тестам «Тригонометрические функции»

Вариант	А1	А2	А3	А4	А5	В1	В2	В3
1	3	4	1	4	2	4	[illegible]	5
1	2	2	4	1	1	4	$\frac{3\pi}{8}$	8
3	4	1	3	2	3	6	[illegible]	6
4	1	3	2	3	4	2	$\frac{\pi}{2}$	3

Вариант	С1	С2	С3
1	$\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right)$,	[0;	
2	$\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right)$,	[– [illegible]	
3	$\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right)$,	[0;	
4	$\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right)$,	[– [illegible]	

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 5, уровня В равно 3, уровня С равно 2, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А равно 4, уровня В равно 2, уровня С равно 2, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов уровня А равно 3, уровня В хотя бы 1, уровня С хотя бы 1, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 4-х из уровней А,В и С, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Тригонометрические функции"

Задание 1. **Вычислить множество значений функций:**

1) **$y=10-4\cos 3x$**
2) $y=6+2\sin 2x$
3) $y=10-8\cos^2 2x\sin^2 2x$
4) $y=\sin 5x\cos 7x+\cos 5x\sin 7x-6$

Задание 2. **Вычислить область определения функций:**

1) $y=\dfrac{\cos 7x}{2\sin^2 4x-\sin 4x}$

2) $y=\operatorname{tg}2x$

3) $y=\cos x-1$

Задание 3. Найти наибольшее и наименьшее значение выражения

1) $14+6\cos x$.
2) $y=8\cos 3x-15\sin 3x$

Задание 4. Определить четность, нечетность

1) $y=7\operatorname{tg}5x$
2) $y=\dfrac{x^3+\sin 5x}{\cos x}$
3) $y=x^4+\cos x$

Задание 5. Найти период функции

1) $y=\sin x$?
2) $y=\cos 7x$
3) $y=3\sin 4x+6\sin x+\sin(x-\pi)+5\sin(x+\pi)$
4) $y=\sin 2x+\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}$
5) $y=\cos\dfrac{x}{3}+tg\dfrac{x}{5}$

Задание 6. Вычисли значение выражения $\sin 390°$, преобразовав его так, чтобы угол находился в промежутке от 0 до 360°

Задание 7. Найди наименьший положительный период функции $y=\operatorname{tg}(2x+10)$

Проверочная работа №10 "Свойства и графики тригонометрических функций"

Вариант 1

1. Постройте график функции: $y=\sin x+3$.

2. Постройте график функции: $y=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

3. Найдите множество значений функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 7$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = -4\cos(x - \pi) - 3$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

6. Построить график функции $y = sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$

Вариант 2

1. Постройте график функции: $y = \cos x - 2$.

2. Постройте график функции: $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

3. Найдите множество значений функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 5$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \cos x - 1$ на отрезке $[\pi; 0]$.

6. Построить график функции $y = cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 2$

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 10.1. Производная и ее геометрический смысл

Тест 12
Производная. Правила дифференцирования

Вариант 1

А1. Найдите производную функции $y = 4x^3$.

1) $12x^2$ 2) $12x$ 3) $4x^2$ 4) $12x^3$

А2. Найдите производную функции $y = 6x - 11$.

1) -5 2) 11 3) 6 4) 6x

А3. Найдите производную функции $y = \dfrac{x-1}{x}$.

1) $-\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x-1}{x^2}$ 3) $\frac{2x+1}{x^2}$ 4) $\frac{1}{x^2}$

A4. Найдите производную функции $y = x\sin x$.

1) $\sin x - x\cos x$ 2) $\sin x + x\cos x$ 3) $\cos x$ 4) $x + x\cos x$

A5. Найдите производную функции $y = x^2 + \sin x$ в точке $x_0 = \pi$.

1) $\pi^2 - 1$ 2) $2\pi + 1$ 3) $2\pi - 1$ 4) 2π

A6. Вычислите значение производной функции $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 2x$ в точке $x_o = 2$.

1) *10* 2) *12* 3) *8* 4) *6*

A7. Найдите производную функции $y = \sin(3x + 2)$.

1) $\cos(3x+2)$ 2) $-3\cos(3x+2)$ 3) $3\cos(3x+2)$ 4) $-\cos(3x+2)$

A8. Вычислите значение производной функции $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$ в точке $x_o = 4$.

1) *21* 2) *24* 3) *0* 4) *3,5*

A9. Вычислите значение производной функции $y = \frac{1}{2}tg(4x - \pi) + \frac{\pi}{4}$

в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$. 1) *2* 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) *4* 4) $\frac{\pi}{2}$

A10. Найдите производную функции $y = x^2\cos x$.

1) $2x\sin x$ 2) $-2x\sin x$ 3) $2x\cos x + x^2\sin x$ 4) $2x\cos x - x^2\sin x$

B1. Вычислите значение производной функции $y = 14\sqrt{2x-3}$ в точке $x_o = 26$.

B2. Найдите значение *x*, при которых производная функции $y = \frac{x-2}{x^2}$ равна *0*.

Вариант 2

A1. Найдите производную функции $y = \frac{1}{3}x^6$.

1) $2x^6$ 2) $2x^5$ 3) $\frac{1}{3}x^5$ 4) $6x^5$

A2. Найдите производную функции $y = 12 - 5x$.

1) *7* 2) *12* 3) *-5* 4) *-5x*

A3. Найдите производную функции $y = \frac{x+3}{x}$.

1) $\dfrac{3}{x^2}$ 2) $\dfrac{2x-3}{x^2}$ 3) $-\dfrac{3}{x^2}$ 4) $-\dfrac{3}{x}$

А4. Найдите производную функции $y = x\cos x$.

1) $\cos x - x\sin x$ 2) $\cos x + x\sin x$ 3) $-\sin x$ 4) $x - \sin x$

А5. Найдите производную функции $y = x^2 + \cos x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

1) $\pi^2 - 1$ 2) $\pi + 1$ 3) $\dfrac{\pi}{2} - 1$ 4) $\pi - 1$

А6. Вычислите значение производной функции $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5x^2}{2} + 3x$ в точке x_o=*2.*

1) *13* 2) *3* 3) *8* 4) *27*

А7. Найдите производную функции $y = \cos(5x-2)$.

1) $-2\sin(5x-2)$ 2) $-5\sin(5x-2)$ 3) $5\sin(5x-2)$ 4) $\sin(5x-2)$

А8. Вычислите значение производной функции $y = \dfrac{3}{x} - \sqrt{x}$ в точке $x_0 = \dfrac{1}{4}$.

1) *-47* 2) *-49* 3) *47* 4) *11,5*

А9. Вычислите значение производной функции $y = 1 + ctg(2x+\pi)$ в точке $x_0 = -\dfrac{\pi}{4}$. 1) *2* 2) *-1* 3) *-2* 4) $-\dfrac{1}{2}$

А10. Найдите производную функции $y = x^2\sin x$.

1) $2x\cos x$ 2) $2x\sin x - x^2\cos x$ 3) $2x\sin x + x^2\cos x$ 4) $-2x\cos x$

В1. Вычислите значение производной функции $y = 30\sqrt{4-3x}$ в точке x_o= *-7.*

В2. Найдите значение *x,* при которых производная функции $y = \dfrac{x+2}{x^2}$ равна *0.*

Ответы:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
1												
2											9	4

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 10, уровня В равно 2, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А от 8 до 9, уровня В равно 1, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов уровня А от 5 до 7, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 5-ти из уровней А и В, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Понятие производной"

Задача 1. Закон движения точки по прямой задаётся формулой s(t)=7t+9, где t — время (в секундах), s(t) —отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найди мгновенную скорость движения точки.

Задача 2. Закон движения точки по прямой задается формулой s(t)=3t+1, где t — время (в секундах), s(t) — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Вычисли среднюю скорость движения точки с момента t_1=2,3с до момента t_2=3с.

Задача 3. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t)=8t^2$, где t — время (в секундах), s(t) —отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найди скорость и ускорение в момент времени t, если: t=1,8 с.

Задача 4. Найди скорость изменения функции $f(x)=x^2$ в заданной точке:

X_0=−1,5.

Задача 5. Найди скорость изменения функции в точке x:

y=−8x+10.

Задача 6. Закон движения точки по прямой задаётся формулой $s(t)=2t^2 +t$, где t — время (в секундах), s(t) — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найди скорость и ускорение в момент времени t, если: t=2,9 с. Докажи, что у заданной функции ускорение в момент времени t является постоянной величиной. В доказательстве используй определение производной

Задача 7. Докажи: если $y=\frac{11}{x}$, то $y'=-\frac{11}{x^2}$

Задача 8. Воспользовавшись определением, найди производную функции в точке x:

$y=8x^2+7x$.

Практические задания по теме "Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций"

Задача 1. Найти производную функции $y = 2^x - \operatorname{arctg} x$

Решение. Так как производная суммы равна сумме производных, то

$y' = (2^x - \operatorname{arctg} x)' = (2^x)' - (\operatorname{arctg} x)'$

Воспользуемся формулами для производных показательной и обратной тригонометрической функций:

$$y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{1+x^2}$$

Ответ. $y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{1+x^2}$

Задача 2. Задание.Найти производную функции $y = \sin\left(\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)\right)$

Решение. По правилу дифференцирования сложной функции:

$y' = \left(\sin\left(\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)\right)\right)' = \cos\left(\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)\right) \cdot \left(\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)\right)'$

В свою очередь производная $\left(\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)\right)'$ также берется по правилу дифференцирования сложной функции:

$$y' = \cos\left(\operatorname{tg}\sqrt{x}\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\sqrt{x}} \cdot \left(\sqrt{x}\right)'$$
$$y' = \cos\left(\operatorname{tg}\sqrt{x}\right) \cdot \frac{1}{\cos^2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$y' = \frac{\cos\left(\operatorname{tg}\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$$

Ответ. $y' = \dfrac{\cos\left(\operatorname{tg}\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$

Задача 3.

Найти производную функции $y = 3x^2 + 5\sqrt[3]{x^5} - \dfrac{4}{x^3}$

Решение. Для нахождения производной данной функции используем правила дифференцирования и таблицу производных. Так как производная суммы/разности равна сумме/разности производных, то

$$y' = \left(3x^2 + 5\sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^3}\right)' = \left(3x^2\right)' + \left(5\sqrt[3]{x^5}\right)' -$$

постоянный множитель можно вынести за знак производной

$$y' = 3 \cdot \left(x^2\right)' + 5 \cdot \left(x^{\frac{5}{3}}\right)' - 4 \cdot \left(x^{-3}\right)'$$

Воспользуемся формулой для производной степенной функции:

$$y' = 3 \cdot 2x^{2-1} + 5 \cdot \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1} - 4 \cdot \left(-3 \cdot x^{-3-1}\right)$$
$$y' = 6x + \frac{25}{3}x^{\frac{2}{3}} + 12x^{-4}$$
$$y' = 6x + \frac{25}{3}\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{x^4}$$

Ответ. $y' = 6x + \dfrac{25}{3}\sqrt[3]{x^2} + \dfrac{12}{x^4}$

Задача 4.

Найти производную функции $y = x^3 + \sin x + \ln x$

Решение. Производная суммы равна сумме производных

$$y' = \left(x^3 + \sin x + \ln x\right)' = \left(x^3\right)' + (\sin x)' + (\ln x)$$

Воспользуемся формулами из таблицы производных - формулы производных степенной, тригонометрической и логарифмической функций:

$$y' = 3x^{3-1} + \cos x + \frac{1}{x}$$
$$y' = 3x^2 + \cos x + \frac{1}{x}$$

Ответ. $y' = 3x^2 + \cos x + \dfrac{1}{x}$

Задача 5.

Найти производную

функции $y = x^9 + \mathrm{tg}x + e^x$

Решение. Для вычисления производной данной функции воспользуемся правилами дифференцирования и таблицей производных. Производная суммы равна сумме производных

$$y' = \left(x^9 + \mathrm{tg}x + e^x\right)' = \left(x^9\right)' + (\mathrm{tg}x)' + (e^x)'$$

Воспользуемся формулами для производных степенной, тригонометрической и показательной функций:

$$y' = 9x^{9-1} + \frac{1}{\cos^2 x} + e^x$$

$$y' = 9x^8 + \frac{1}{\cos^2 x} + e^x$$

Ответ. $y' = 9x^8 + \frac{1}{\cos^2 x} + e^x$

Задача 6.

Найти производную функции $y = x^3 \sin x$

Решение. По правилу дифференцирования произведения получаем:

$$y' = \left(x^3 \sin x\right)' = \left(x^3\right)' \cdot \sin x + x^3 \cdot (\sin x)'$$

теперь воспользуемся формулами для производных степенной и тригонометрической функций:

$$y' = 3x^{3-1} \sin x + x^3 \cos x$$

$$y' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x$$

Ответ. $y' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x$

Задача 7.

Найти производную функции $y = \ln\left(x^2 - 4x + 4\right)$

Решение. По свойству дифференцирования сложной функции вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную подлогарифмической функции:

$$y' = \left(\ln\left(x^2 - 4x + 4\right)\right)' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left(x^2 - 4x\right.$$

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left[\left(x^2\right)' - (4x)' + (4)'\right]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left[2x - 4\,(x)' + 0\right]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (2x - 4)$$

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Знаменатель дроби можно свернуть по формуле квадрат разности, а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

$$y' = \frac{2(x-2)}{(x-2)^2}$$

сокращаем:

$$y' = \frac{2}{x-2}$$

Ответ.

$$y' = \frac{2}{x-2}$$

Задача 8.

Найти производную функции $y = \sqrt[3]{x^4 + \sin^4 x}$

Решение. По свойству дифференцирования сложной функции и используя формулы вычисления производной показательной и тригонометрических функций, получим:

$$y' = \left(\sqrt[3]{x^4 + \sin^4 x}\right)' = \left(\left(x^4 + \sin^4 x\right)^{\frac{1}{3}}\right)' =$$
$$= \frac{1}{3}\left(x^4 + \sin^4 x\right)^{\frac{1}{3}-1} \cdot \left(x^4 + \sin^4 x\right)'$$

Производная суммы равна сумме производных:

$$y' = \frac{1}{3}\left(x^4 + \sin^4 x\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left[\left(x^4\right)' + \left(\sin^4 x\right)'\right]$$
$$y' = \frac{1}{3}\left(x^4 + \sin^4 x\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left[4x^3 + 4\sin^3 x \cdot (\sin x)'\right]$$
$$y' = \frac{4x^3 + 4\sin^3 x \cdot \cos x}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^4 + \sin^4 x)^2}}$$
$$y' = \frac{4(x^3 + \sin^3 x \cdot \cos x)}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^4 + \sin^4 x)^2}}$$

Для вычисления данной производной использовались правила дифференцирования и таблица производных сложных функций.

Ответ.

$$y' = \frac{4(x^3 + \sin^3 x \cdot \cos x)}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^4 + \sin^4 x)^2}}$$

Задача 9.

Найти производную функции $y = \operatorname{tg}^2 x$

Решение. По свойству дифференцирования сложной функции производная от данной функции сначала берется как от степенной, а затем как от тригонометрической функции:

$$y' = 2\operatorname{tg} x \cdot (\operatorname{tg} x)'$$
$$y' = 2\operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

Таблица производных сложных функций

Ответ.

$$y' = 2\operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

Задача 10.

Найти производную функции $y = \arcsin\sqrt{1 - x^2}$

Решение. По свойству дифференцирования сложной функции производная от данной функции сначала берется как от арксинуса, а затем умножается на производную от корня:

$$y' = \left(\arcsin\sqrt{1-x^2}\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2}} \cdot \left(\sqrt{1-\right.$$

Производная $\left(\sqrt{1-x^2}\right)'$ так же берется по правилам дифференцирования сложной функции, сначала производная от корня, а затем умножается на производную от подкоренного выражения:

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-(1-x^2)}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (1-x^2)'$$

производная разности равна разности производных, тогда

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-(1-x^2)}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot \left[(1)' - (x^2)'\right]$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-1+x^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (0 - 2x)$$

$$y' = \frac{1}{x} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ответ.

$$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Задача 11.

Найти производную функции $y = \sin\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right)$

Решение. По правилу дифференцирования сложной функции:

$$y' = \left(\sin\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right)\right)' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left(x^5 - \right.$$

По правилу дифференцирования разности:

$$y' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left[\left(x^5\right)' - \left(\operatorname{ctg}^2 x\right)'\right]$$

Производная $\left(\operatorname{ctg}^2 x\right)'$ берется по правилу дифференцирования сложной функции:

$$y' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left[5x^4 - 2\operatorname{ctg} x \cdot (\operatorname{ctg} x)'\right]$$

$$y' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left[5x^4 - 2\operatorname{ctg} x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)\right]$$

$$y' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left(5x^4 + \frac{2\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}\right)$$

Для решения данной производной мы воспользовались правилами дифференцирования и таблицей производных сложных функций.

Ответ.

$$y' = \cos\left(x^5 - \operatorname{ctg}^2 x\right) \cdot \left(5x^4 + \frac{2\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}\right)$$

Задача 12.

Найти производную функции $y = e^x \mathrm{tg} x$

Решение. По свойству дифференцирования произведения

$$y' = (e^x \cdot \mathrm{tg} x)' = (e^x)' \cdot \mathrm{tg} x + e^x \cdot (\mathrm{tg} x)'$$

теперь воспользуемся формулами из таблицы производных - формулами для производных показательной и тригонометрической функций:

$$y' = e^x \mathrm{tg} x + e^x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$y' = e^x \mathrm{tg} x + \frac{e^x}{\cos^2 x} = e^x \left(\mathrm{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x} \right)$$

Ответ. $y' = e^x \left(\mathrm{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x} \right)$

Задача 13.

Найти производную функции $y = 2^x \cdot x^2$

Решение. По свойству дифференцирования произведения,

$$y' = \left(2^x \cdot x^2\right)' = \left(2^x\right)' \cdot x^2 + 2^x \cdot \left(x^2\right)'$$

Используя формулу для нахождения производной показательной и степенной функций, получим:

$$y' = 2^x \cdot \ln 2 \cdot x^2 + 2^x \cdot 2x$$

$$y' = 2^x \cdot x\,(x \ln 2 + 2)$$

Для нахождения производной использовались правила дифференцирования и таблица производных функций.

Ответ. $y' = 2^x \cdot x\,(x \ln 2 + 2)$

Практические задания по теме "Геометрический смысл производной"

Задача 1.

На рисунке 1 изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к графику в точке с абсциссою x_0. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

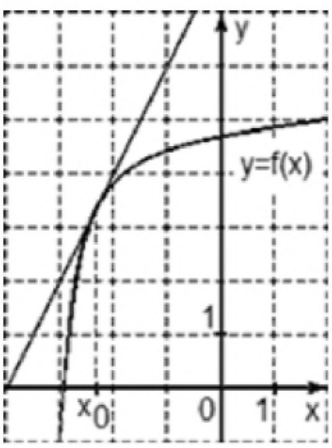


Рис. 1

Решение. Для решения используем теоретический материал из статьи -геометрический и механический смысл производной.

По определению производная в точке равна отношению приращения функции к приращению аргумента. Выберем на касательной две точки с целочисленными координатами. Пусть, например, это будут точки $A(-3;\,2)$ и $B(-2;4)$. Найдем приращение аргумента:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - (-3) = -2 + 3 = 1$$

и приращение функции

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 4 - 2 = 2$$

Тогда окончательно получим, что искомая производная

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$$

Ответ. $f'(x_0) = 2$

Задача 2.

На рисунке 2 изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к графику в точке с абсциссою x_0. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

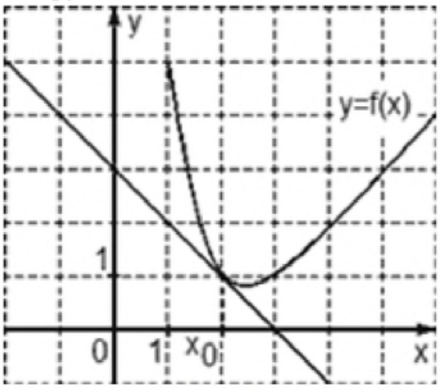


Рис. 2

Решение. Выберем две точки на касательной, которые находятся по разные стороны от точки касания и имеют целочисленные координаты. Например, рассмотрим точки $A(1;\,2)$ и $B(3;0)$.

Найдем приращение аргумента:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 3 - 1 = 2$$

приращение функции равно

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 0 - 2 = -2$$

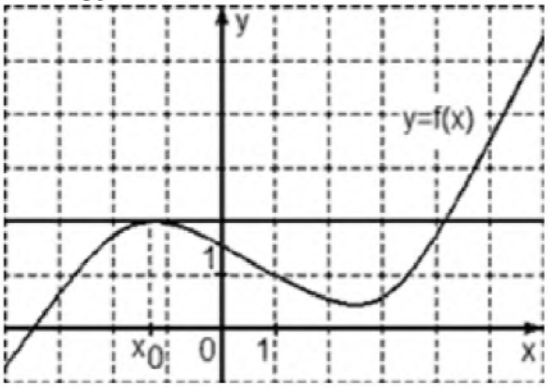
Тогда значение производной в точке x_0 будет равно

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{2} = -1$$

Ответ. $f'(x_0) = -1$

Задача 3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к графику в точке с абсциссою x_0. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Решение. Возьмем две точки на касательной с целочисленными координатами и лежащие по разные стороны от точки с абсциссою x_0. Например, точку $A(0;2)$ и точку $B(2;2)$. Вычислим приращение функции и аргумента:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2 - 0 = 2$$
$$\Delta y = y_2 - y_1 = 2 - 2 = 0$$

Тогда значение производной найдем как отношение приращения функции к приращению аргумента

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{2} = 0$$

Ответ. $f'(x_0) = 0$

Задача 4.

Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Решение. Из геометрического смысла производной следует, что угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0 равен значению производной $f'(x)$ в этой точке. Найдем производную заданной функции:

$$y' = (\sin x)' = \cos x$$

В точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$ производная равна

$$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Ответ. Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$ равен 0.

Задача 5.

Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^3 - x$ в точке $x_0 = 0$.

Решение. Из геометрического смысла производной получаем, что производная функции $y = f(x)$, вычисленная при заданном значении x_0, равна тангенсу угла, образованного положительным направлением оси Ox и положительным направлением касательной, проведенной к графику этой функции в точке с абсциссой x_0, то есть

$$f'(x_0) = \mathrm{tg}\alpha$$

Найдем производную от заданной функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования:

$$f'(x) = \left(x^3 - x\right)' = 3x^2 - 1$$

в точке $x_0 = 0$ имеем:

$$f'(0) = -1$$

Тогда окончательно получим, что

$$\mathrm{tg}\alpha = -1$$

Ответ. $\mathrm{tg}\alpha = -1$

Задача 6.

Определить в какой точке графика ф-ии $y = \ln(x-1)$ касательная к нему образует с осью абсцисс угол 45°.

Решение. Обозначим $\alpha = 45^\circ$. Из геометрического смысла производной имеем соотношение:

$$\mathrm{tg}\alpha = y'(x_0)$$

Найдем производную заданной функции по правилу дифференцирования сложной функции

$$y' = (\ln(x-1))' = \frac{1}{x-1} \cdot (x-1)' = \frac{1-0}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

Тогда

$$\mathrm{tg}45^\circ = \frac{1}{x-1}$$

$$1 = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$$

Ответ. В точке $x = 2$ касательная к графику функции $y = \ln(x-1)$ образует с осью абсцисс угол 45°.

Задача 7.

Найти угол между касательными к графику $f(x) = x^2 - 1$ в точках с абсциссами $x_1 = -1$ и $x_2 = 1$.

Решение. Из геометрического смысла производной, обозначим угловые коэффициенты касательных в соответствующих точках:

$$\mathrm{tg}\alpha = f'(x_1), \quad \mathrm{tg}\beta = f'(x_2)$$

Найдем производную заданной функции:

$$f'(x) = (x^2 - 1)' = 2x$$

Найдем значение производных в указанных точках:

$$\mathrm{tg}\alpha = f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$$
$$\mathrm{tg}\beta = f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

Для того чтобы вычислить угол между касательными найдем (Для вычисления используем формулу тангенса разности двух аргументов)

$$\mathrm{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta}{1 + \mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta} = \frac{-2 - 2}{1 + (-2) \cdot 2} = \frac{-4}{1 - 4} = \frac{-4}{-3};$$

Тогда угол между касательными $\alpha - \beta \approx 53^o$.

Ответ. Угол между касательными $\approx 53^o$

Задача 8.

Определить в каких точках касательная к параболе $y = x^2$ образует с прямой $y - 3x + 5 = 0$ угол 45^o.

Решение. Угловые коэффициенты - это тангенсы углов наклона этих прямых к оси Ox. Угловой коэффициент прямой $y - 3x + 5 = 0$ равен 3, тогда обозначим $\mathrm{tg}\alpha = 3$. Угловой коэффициент касательной равен

$$y' = (x^2)' = 2x = \mathrm{tg}\beta$$

По условию задачи, угол между прямыми равен 45^o, поэтому тангенс разности углов наклона прямых равен $\mathrm{tg}45^o = 1$. Расписывая этот тангенс по формуле тангенса разности получаем:

$$\mathrm{tg}45^o = \mathrm{tg}(\beta - \alpha) = \frac{\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mathrm{tg}\beta \cdot \mathrm{tg}\alpha}$$

то есть получим, что

$$1 = \frac{2x - 3}{1 + 3x \cdot 2x} \Rightarrow \frac{2x - 3}{1 + 6x} = 1$$

Решим полученное уравнение. ОДЗ: $1 + 6x \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{6}$. Тогда

$$1 + 6x = 2x - 3$$
$$6x - 2x = -3 - 1$$
$$4x = -4$$
$$x = -1$$

Для решения примера использовался теоретический материал из статьи -геометрический и механический смысл производной.

Ответ. $x = -1$

Задача 9. Написать уравнение касательной к графику функции $f\left(x\right) = x^3 - 2x^2 + 3$ в точке $x_0 = \mathbf{1}$.

Решение. а) Найдем значение функции в точке $x_0 = 1$.

$$f\left(1\right) = 1^3 - 2 \times 1^2 + 3 = 2$$

б) Найдем значение производной в точке $x_0=\mathbf{1}$. Сначала найдем производную функции $y=f(x)$

$$f'(x)=3x^2-4x$$

$$f'(1)=3\times1^2-4\times1=-1$$

Подставим найденные значения в уравнение касательной:

$$y=2+(-1)(x-\mathbf{1})$$

Раскроем скобки в правой части уравнения. Получим: $y=-x+3$

Ответ: $y=-x+3$.

Задача 10. Найти абсциссы точек, в которых касательные к графику функции $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{8}{3}x^3+\frac{15}{2}x^2$ параллельны оси абсцисс.

Решение. Если касательная параллельна оси абсцисс, следовательно угол между касательной и положительным направлением оси OX равен нулю, следовательно тангенс угла наклона касательной равен нулю. Значит, значение производной функции $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{8}{3}x^3+\frac{15}{2}x^2$ в точках касания равно нулю.

а) Найдем производную функции $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{8}{3}x^3+\frac{15}{2}x^2$.

$$y'=x^3-8x^2+15x$$

б) Приравняем производную к нулю и найдем значения x, в которых касательная параллельна оси OX:

$$x^3-8x^2+15x=0$$

$$x\left(x^2-8x+15\right)=0$$

Приравняем каждый множитель к нулю, получим:

$$x_1=0;\quad x_2=3;\quad x_3=5$$

Ответ: 0;3;5

Задача 11. Написать уравнения касательных к графику функции $y=\frac{3x-4}{2x-3}$,параллельных прямой $y=-x+3$.

Решение. Касательная параллельна прямой $y=-x+3$. Коэффициент наклона этой прямой равен -1. Так как касательная параллельна этой прямой, следовательно, коэффициент наклона касательной тоже равен -1. То есть мы знаем коэффициент наклона касательной, а, тем самым, значение производной в точке касания.

Это второй тип задач на нахождение уравнения касательной.

Итак, у нас дана функция $y=\frac{3x-4}{2x-3}$ и значение производной в точке касания.

а) Найдем точки, в которых производная функции $y=\frac{3x-4}{2x-3}$ равна -1.
Сначала найдем уравнение производной.
Нам нужно найти производную дроби.

$$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$$

$$y'=\frac{(3x-4)'(2x-3)-(2x-3)'(3x-4)}{(2x-3)^2}=\frac{3(2x-3)-2(3x-4)}{(2x-3)^2}=\frac{-1}{(2x-3)^2}$$

Приравняем производную к числу -1.

$$\frac{-1}{(2x-3)^2}=-1$$

$$(2x-3)^2=1$$

$2x-3=1$ или $2x-3=-1$

$x_0=2$ или $x_0=1$

б) Найдем уравнение касательной к графику функции $y=\frac{3x-4}{2x-3}$ в точке $x_0=2$.

Найдем значение функции в точке $x_0=2$.

$$y(2)=\frac{3\times2-4}{2\times2-3}=2$$

$y'(2)=-1$ (по условию)

Подставим эти значения в уравнение касательной:

$$y=2+(-1)(x-2)=-x+4.$$

б) Найдем уравнение касательной к графику функции $y=\frac{3x-4}{2x-3}$ в точке $x_0=1$.

Найдем значение функции в точке $x_0=1$.

$$y(1)=\frac{3\times1-4}{2\times1-3}=1$$

$y'=-1$ (по условию).

Подставим эти значения в уравнение касательной:

$$y=1+(-1)(x-1)=-x+2.$$

Ответ: $y=-x+4$; $y=-x+2$

Проверочная работа №11 по теме: « Производная»

1 вариант.

1.Для функции $y = x^3$ найдите приращение функции (Δy), если $x_0 = 0{,}5$, $\Delta x= 2$.

2. Найдите производные функций.

а) f (x)= $\frac{2}{3}$x³- x²-7x;

б) q(x)= $\frac{1}{x^3}$ +7;

в) h(x)= 2 tg x, вычислить при h′ ($-\frac{3\pi}{4}$);

г) q(x)= $\frac{4x+1}{x+3}$, вычислить при q′(-2).

3.Найдите производные сложных функций.

а) f(x)= (x+1)²(x-1); б) q(x) = ctg²x - cos 2x.

4. Составить и решить уравнение.

а) f ′(x) =q′ (x), если f(x)= sin²x, q(x)= cos x+ cos $\frac{\pi}{12}$.

б) $\frac{f'(x)}{q'(x)}$= 0, если f(x)= $\frac{1}{3}$x³ - 4x, q(x)= $\sqrt{x}$.

5. Найдите все значения x, при которых f ′(x) ≤ 0, если

а) f(x)= x³ - x⁴ ;

б) f (x)= - 4cos x + 2x.

2 вариант.

1.Для функции y = 0,5 x², найдите приращение функции (Δy), если x_0= 0,6 , Δ x= 2.

2. Найдите производные функций.

а) f (x)= -$\frac{1}{3}$x³+ 4x² +2x;

б) q(x)= $\frac{2}{x^2}$ - 10;

в) h(x)= 4 ctg x, вычислить при h′ (-$\frac{2\pi}{3}$);

г) q(x)= $\frac{3x+4}{x-3}$, вычислить при q′(4).

3.Найдите производные сложных функций.

а) f(x)= (x-1)²(x+1); б) q(x) = sin$\frac{x}{3}$ - tg²x.

4. Составить и решить уравнение.

а) f ′(x) =q′ (x), если f(x)= cos² x, q(x)= sin x - sin$\frac{\pi}{12}$.

б) $\frac{f'(x)}{q'(x)}$= 0, если f(x)= $\frac{2}{3}$x³ - 18x, q(x)= 2$\sqrt{x}$.

5. Найдите все значения x, при которых f ′(x) ≥ 0, если

а) f(x)= x³ + x⁴ ;

б) f (x)= sin² x.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 11 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил пунктов заданий от 8 до 10, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил пунктов заданий от 5 до 7 правильно, студент получает оценку "Удовлетворительно";

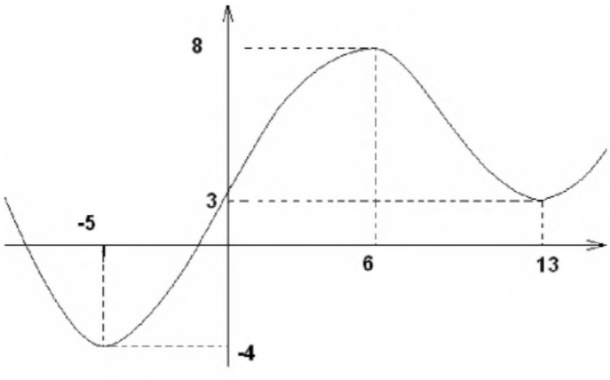
Если студент выполнил менее 7-ми пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 10.2. Применение производной к исследованию функций
Тест 13. «Исследование функции с помощью производной»

1. Критическими точками первого рода функции $y = f(x)$ называются те значения аргумента, в которых:

а) функция обращается в нуль;
б) функция равна ∞;
в) производная равна нулю
г) производная не существует;
д) производная отрицательна;

2. Указать промежутки возрастания функции $y = f(x)$, изображенной на графике



а) (-5;6);
б) (6;13);
в) $(-\infty;-5)$;
г) $(13;+\infty)$

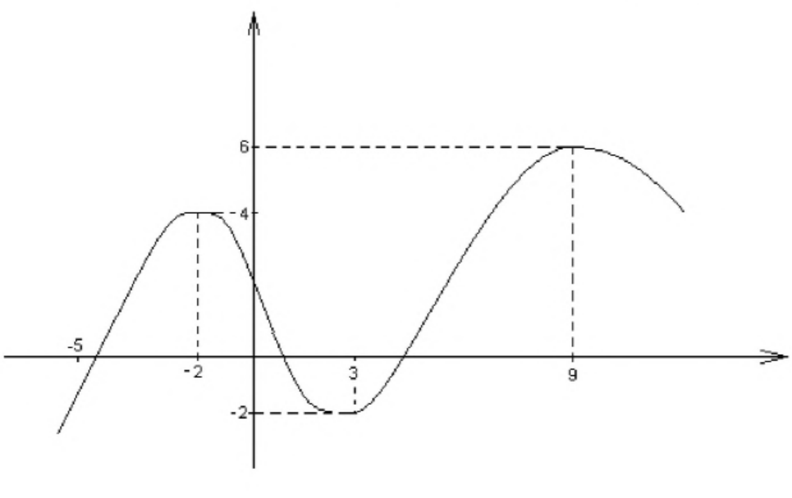
3. Кривая $y = f(x)$ является выпуклой на интервале (a;b), если на заданном интервале выполняется условие:

а) $f''(x)\langle 0$;
б) $f''(x)\rangle 0$;
в) $f''(x) = 0$;
г) $f'(x) \geq 0$;
д) $f'(x) \leq 0$.

4. Если x_0 - критическая точка и при переходе через неё слева направо первая производная меняет знак с «+» на «-», то в данной точке:

а) минимум
б) максимум
в) перегиб функции
г) функция обращается в ноль

5. Указать точки экстремума функции $y = f(x)$:



а) max(-2;4); min(9;6); max(3;-2);
б) min(-2;4); min(9;6); max(3;-2);
в) max(-2;4); max(9;6); min(3;-2);
г) max(3;-2); min(9;6); max(-2;4).

6. Если для функции $f(x)$ на интервале (a;b) выполняется условие $f''(x)\rangle 0$, то…

а) на данном интервале она выпукла
б) на данном интервале она вогнута
в) на данном интервале она убывает
г) на данном интервале она возрастает
д) функция обращается в ноль

7. Если X_0 - критическая точка и при переходе через неё слева направо производная меняет знак с "-" на "+", то в данной точке:

а) минимум
б) максимум
в) перегиб функции

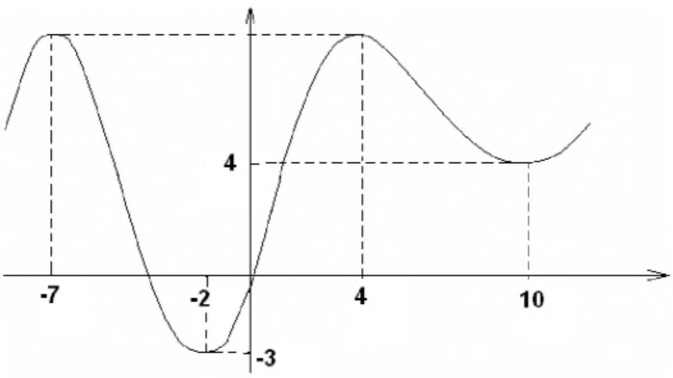
8. Точка а является точкой перегиба данной кривой $y = f(x)$, если:

а) $f(a) = 0$;
б) $f'(a) = 0$;
в) $f''(a) < 0$;
г) $f^{//}(a) = 0$;
д) $f''(a)\rangle 0$

9. Укажите порядок нахождения экстремумов функции

а) разбить числовую прямую критическими точками на промежутки
б) найти знак первой производной в каждом числовом промежутке
в) найти первую производную функции
г) установить по знаку первой производной точки min и max
д) приравнять первую производную к нулю и найти критические точки

10. Указать промежутки убывания функции $y = f(x)$



а) $(-\infty;7)$;
б) $(-7;-2)$;
в) $(4;10)$;
г) $(-2;4)$;
д) $(10,+\infty)$.

11. Функция f(x) возрастает на промежутке (а,в), если на этом промежутке выполняется условие:

а) $f'(x) > 0$
б) $f'(x) < 0$
в) $f'(x) = 0$
г) $f''(x) < 0$

12. Если на промежутке (а,в), для функции f(x) выполняется условие $f'(x)$ <0, то функция на заданном промежутке:

а) убывает
б) возрастает
в) имеет перегиб
г) имеет минимум

13. Точка x_0 является критической точкой второго рода, если выполняется условие:

а) $f''(x_0) < 0$
б) $f''(x_0) > 0$
в) $f''(x_0) = 0$
г) $f'(x_0) < 0$
д) $f'(x_0) > 0$

14. Если при переходе через точку x_0 вторая производная $f''(x)$ меняет знак, точка x_0 называется:

а) точкой минимума
б) точкой максимума
в) точкой экстремума
г) точкой перегиба

ОТВЕТЫ:

1. – в), 2. – а) и г), 3. – а), 4. – б), 5. – в), 6. – б), 7. – а), 8. – г), 9. – в)=>д)=>а)=>б)=>г), 10. – б) и в), 11. – а), 12. – а), 13. – в), 14. – г).

Практические задания по теме "Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции."

Задача. Найти интервалы возрастания/убывания и экстремумы функции

1) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x - 1$

2) $f(x) = 8x + \frac{x^4}{4}$

3) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

4) $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$

5) $f(x) = \frac{1 - x^3}{3x}$

6) $f(x) = \ln(x^2 + 2x - 2)$

7) $f(x) = x \ln x$

8) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$

Практические задания по теме " Применение производной к построению графиков функций."

Задача. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и построить график.

1) $f(x)=x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$

2) $f(x)=x^3-\frac{x^4}{4}$

3) $y=f(x)=\frac{x^3+4}{x^2}$

4) $y=f(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$

5) $y=f(x)=xe^{-x^2}$

6) $y(x)=-3x^2+12x$

7) $y(x)=2x+x^2$

8) $y(x)=x^3-3x$

9) $y(x)=x^3+3x^2$

10) $y(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2$

11) $y(x)=x^3-6x^2+16$

12) $y(x)=x^3-3x^2+4$

13) $y(x)=x^3+3x^2+4$

14) $y(x)=x^3+x^2-8x+7$

15) $y(x)=x^3-2.5x^2-2x+1.5$

16) $y(x)=x^3-3x^2-24x+26$

17) $y(x)=x^3-3x^2-9x-5$

18) $y(x)=x^3-6x^2+9x-3$

19) $y(x)=x^3-6x^2+2x-6$

20) $y(x)=x^3-6x^2-15x-8$

21) $y(x)=x^3-9x^2+24x-10$

22) $y(x)=x^3+9x^2+24x+20$

23) $y(x)=x^3-12x^2+45x-50$

Практические задания по теме " Выпуклость графика функции, точки перегиба."

Задача.

Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика

1) $f(x)=\frac{(x-1)^3}{4}+2$

2) $f(x)=-\frac{1}{x}$

3) $f(x)=x^2e^x$

4) $f(x)=1+4x^2-\frac{2x^4}{3}$

5) $f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$

6) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

7) $f(x) = \frac{x^4}{x^3 + 1}$

8) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

9) $f(x) = \arccos(x + 2)$.

Тема 10.2. Интеграл
Тест 14.
Первообразная и интеграл
Вариант 1

1. Выберите первообразную для функции $f(x) = 4x - 1$.

1) $F(x) = 16x^2 - x$ 2) $F(x) = 2x^2$ 3) $F(x) = 2x^2 - x + 1$ 4) $F(x) = 16x^2$

2. Какая из данных функций не является первообразной для функции $f(x) = \sin 2x$?

1) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$ 2) $F(x) = 2 - \frac{1}{2}\cos 2x$ 3) $F(x) = -2\cos 2x$

4) $F(x) = 4 - \frac{1}{2}\cos 2x$

3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = -5$.

1) $-5x + C$ 2) $-5x$ 3) $-5 + C$ 4) $5x + C$

4. Вычислите интеграл $\int_0^\pi \cos x dx$. 1) π 2) 0 3) 1 4) 2

5. Вычислите интеграл $\int_{-1}^1 x^6 dx$. 1) $\frac{2}{7}$ 2) 0 3) $\frac{1}{7}$ 4) 1

6. Вычислите интеграл $\int_1^2 \frac{24dx}{x^2}$. 1) 9 2) -7 3) 8 4) 7

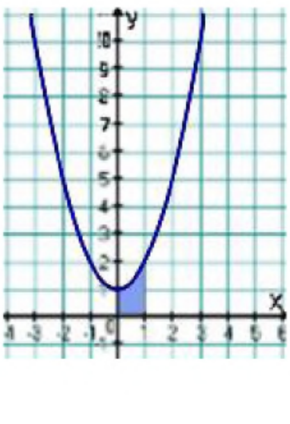
7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \pi$.

1) π 2) 0 3) 1 4) 2

8. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 1.

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{4}{3}$ 3) 1 4) $\frac{5}{3}$

Рис. 1



9. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.

1) $\dfrac{7}{3}$ 2) $\dfrac{10}{3}$ 3) $\dfrac{9}{2}$ 4) $\dfrac{7}{2}$

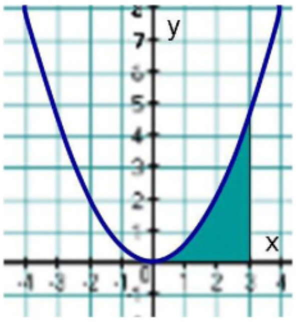


Рис. 2

10. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 3.

1) $\dfrac{26}{3}$ 2) $\dfrac{25}{3}$ 3) 8 4) $\dfrac{29}{3}$

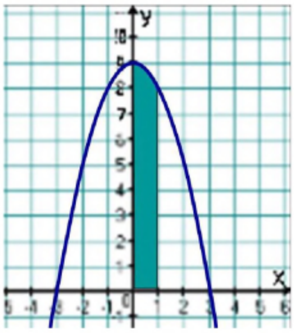


Рис. 3

Вариант 2

1. Выберите первообразную для функции $f(x) = 2 - x$.

1) $F(x) = 2x - 2x^2$ 2) $F(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$ 3) $F(x) = 2 - x^2$ 4) $F(x) = -0,5x^2$

2. Какая из данных функций не является первообразной для функции $f(x) = \cos 3x$?

1) $F(x) = 2 + \dfrac{1}{3}\sin 3x$ 2) $F(x) = \dfrac{1}{3}\sin 3x$ 3) $F(x) = 2 - \dfrac{1}{3}\sin 3x$

4) $F(x) = 4 + \dfrac{1}{3}\sin 3x$

3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = -5$.

1) $-5x + C$ 2) $-5x$ 3) $-5 + C$ 4) $5x + C$

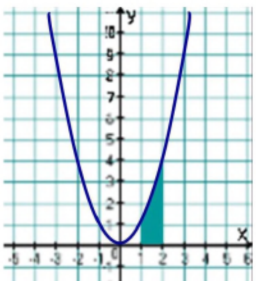
4. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.   1) $\dfrac{\pi}{2}$ 2) 0 3) 1 4) 2

5. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x^5 dx$.   1) $-\dfrac{1}{6}$ 2) $\dfrac{5}{6}$ 3) $\dfrac{1}{6}$ 4) -1

6. Вычислите интеграл $\int\limits_1^2 \dfrac{16dx}{x^3}$.   1) $\dfrac{11}{4}$ 2) $\dfrac{15}{4}$ 3) $\dfrac{13}{4}$ 4) $\dfrac{17}{4}$

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

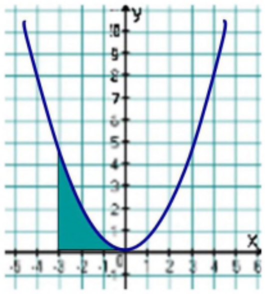
$y = \cos x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \dfrac{\pi}{2}$.



1) π 2) 0 3) 1 4) 2

8. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 1.

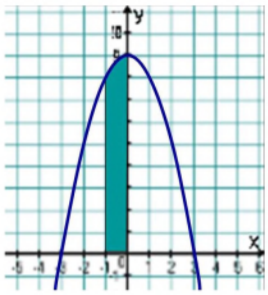
1) $\frac{5}{3}$ 2) 3 3) $\frac{7}{2}$ 4) $\frac{7}{3}$ Рис. 1



9. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 2.

1) $\frac{7}{3}$ 2) $\frac{10}{3}$ 3) $\frac{7}{2}$ 4) $\frac{9}{2}$

Рис. 2



10. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 3.

1) $\frac{25}{3}$ 2) $\frac{26}{3}$ 3) $\frac{29}{3}$ 4) 8

Рис. 3

Ответы:

Вариант										10
1										1
2										2

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 10, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 8 до 9, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 5 до 7, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 5-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Первообразная"

Задача 1.

Выяснить, является ли функция $F(x) = x^3 - 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 3(x^2 - 1)$.

Решение: $F'(x) = (x^3 - 3x + 1)' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = f(x)$, т.е. $F'(x) = f(x)$, следовательно, F(x)является первообразной для функции f(x).

Задача 2.

Найти все первообразные функции f(x) :

а) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$

Решение: Используя таблицу и правила нахождения первообразных, получим:

$F(x) = \frac{x^5}{5} + 3\frac{x^3}{3} + 5x + C = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$

Ответ: $\frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$

б) $f(x) = \sin(3x - 2)$

Решение:

$F(x) = \frac{1}{3}(-\cos(3x - 2)) + C = -\frac{1}{3}\cos(3x - 2) + C$

Ответ: $-\frac{1}{3}\cos(3x - 2) + C$

в) $f(x) = \frac{1}{7 - 3x}$

Решение:

$F(x) = -\frac{1}{3}\ln|7 - 3x| + C$

Ответ: $-\frac{1}{3}\ln|7 - 3x| + C$

Задача 3.

Для функции $f(x) = 4 - x^2$ найти первообразную, график которой проходит через точку (-3; 10).

Решение:

1) Найдем все первообразные функции f(x): $F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} + C$

2) Найдем число C , такое, чтобы график функции $y = 4x - \frac{x^3}{3} + C$ проходил через точку (-3; 10). Подставим x = – 3, y = 10 , получим:

$10=-12-\frac{(-3)^3}{3}+C,$

$10=-12+9+C,$

$C=13.$

Следовательно, $F(x)= 4x - \frac{x^3}{3} + 13$.

Ответ: $F(x)= 4x - \frac{x^3}{3} + 13.$

Задача 4. Найти первообразную:

1) $f(x)=7x^6, x \in R$
2) $f(x)=\sin 2x, x \in R$
3) $f(x)=2x^5+5x^6$
4) $f(x) = \frac{9x^2 + 8x + 8}{x}$

Практические задания по теме "Площадь криволинейной трапеции"

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 1$.

Задача 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$, $x = 2$, $x = 4$ и осью OX

Задача 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -e^x$, $x = 1$ и координатными осями.

Задача 4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.

Задача 5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2$, $y = 2x + 1$.

Задача 6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x + y = 4$, $xy = 3$.

Задача 7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = x + 1$, $y = 0$, $x = 3$.

Задача 8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $3x^2 + 4y = 0$, $2x + 4y + 1 = 0$

Задача 9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin^3 x$, $y = 0$, $0 \le x \le \pi$

Задача 10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = tg^3 x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$

Задача 11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = arcctgx$, $x = 1$ и координатными осями.

Практические задания по теме "Вычисление интегралов"

Задача. Вычислить определенный интеграл

1) $\int_1^2 2x^2 dx$

2) $\int_1^5 \frac{7dx}{x}$

3) $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

4) $\int_{-3}^1 (2x^2 + 3x - 1) dx$

5) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 16}}$

6) $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin xdx}{\cos^2 x + 1}$

7) $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$

8) $\int_0^{\pi/4} xtg^2 xdx$

9) $\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2xdx$

Практические задания по теме " Применение производной и интеграла к решению практических задач."

Задача 1. Пусть скорость заданная функцией времени, точки движущейся по оси ОХ имеет вид V=f(t).Найти закон движения x(t)=x.

Решение: Закон движения зададим формулой x =G(t) . Известно, что x` =f(t), где f(t)- непрерывная функция, тогда G`(t)=f(t) – уравнение в котором производная неизвестна (такие уравнения называются дифференциальными).

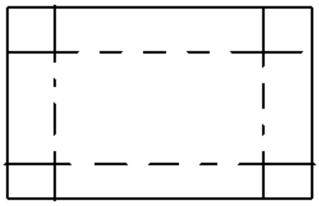
G(t)= $\int f(t)dt + C$ (где С находится из дополнительного условия задачи, например при t=0).

Задача 2. Найдите работу, которую необходимо затратить на растяжение пружины на 2сантиметра, если сила в 2 ньютона растягивает её на 4 сантиметра.

Задача 3. Тело массой m движется прямолинейно под действием силы F(t) .Найдите закон его движения, если m=2кг, F(t)=12t-8, и в момент времени t=3с скорость тела равна 10м/с, а координата 21м.

Задача 4. Найти работу , которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара, если резервуар имеет форму цилиндра радиусом 1м и глубину 4м.

Задача 5. Из прямоугольного листа жести размером 5 на 8 надо изготовить открытую коробку наибольшего объема, вырезая уголки, как показано на рисунке.



Решение

Обозначим через x длину стороны вырезаемого квадрата. Тогда длины сторон прямоугольника уменьшатся на 2x и объем коробки будет равен:

$V = x(8-2x)(5-2x) = 4x^3 - 26x^2 + 40x$.

При этом x может меняться в следующих пределах: $0 \le x \le 2.5$. Заметим сразу, что в крайних точках 0 и 2,5 объем равен 0. Находим критические точки функции:

$V' = 12x^2 - 52x + 40.$ $V' = 0.$ $12x^2 - 52x + 40 = 0;$ $x_1 = 1.$ $x_2 = \frac{10}{3}.$

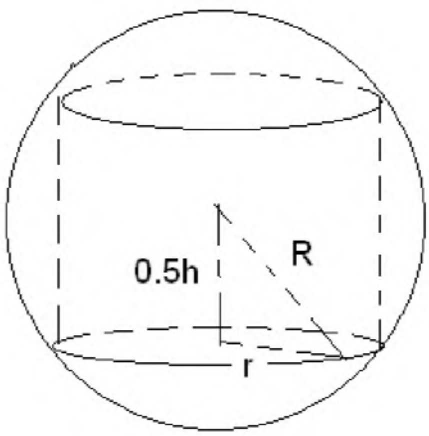
Отметим, что x_2 не принадлежит области определения. При x=1 объем максимален: $V_{max} = 18$.

Ответ: 18.

Задача 6. В данный шар вписать цилиндр наибольшего объема.

Решение

Обозначим через R радиус шара, а через r и h соответственно радиус основания и высоту вписанного цилиндра.



Используя теорему Пифагора, получим равенство : $\frac{h^2}{4}+r^2=R^2$.

Будем считать h переменной. Тогда $V=\pi r^2 h=\pi(R^2-\frac{h^2}{4})h=\pi R^2 h-\frac{\pi h^3}{4}$.

Заметим, что h изменяется в пределах от 0 до 2 R, причем, на концах отрезка цилиндр вырождается, объем его равен 0.

Находим критические точки:

$$V'=0,\quad \pi R^2-\frac{3}{4}\pi h^2=0,\quad h=\frac{2R}{\sqrt{3}}.$$

При этом значении h объем будет максимальным:

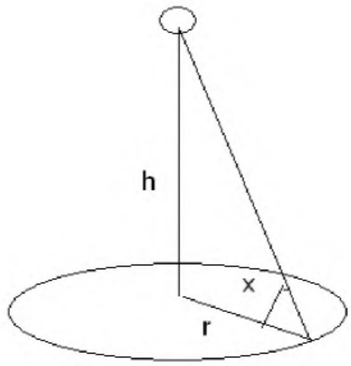
$$V_{\max}=\pi R^3\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}R^3.$$

Ответ: $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}R^3$.

Задача 7. Над центром круглого стола радиуса r висит лампа. На какой высоте следует подвесить эту лампу, чтобы на краях стола получить наибольшую освещенность?

Решение

Из физики известно, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света и пропорциональна синусу угла наклона луча света к освещаемой маленькой площадке.



Иными словами, $E=k\cdot\frac{\sin x}{h^2+r^2}$.

Где E – освещенность на краю стола, $\sin x=\frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}$, h – расстояние от лампы до стола.

Вместо функции $E = k\cdot\dfrac{h}{(h^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ можно рассмотреть функцию

$T = \dfrac{1}{k^2}E^2 = \dfrac{h^2}{(h^2+r^2)^3}$. При этом вместо h можно взять переменную $z = h^2$ и найти критические точки T как функцию от z:

$$T = \frac{z}{(z+r^2)^3},\quad T' = \frac{(z+r^2)^3 - z\cdot 3\cdot(z+r^2)^3}{(z+r^2)^3} = \frac{z+r^2-3z}{(z+r^2)^4};$$

$$T' = 0;\ r^2 - 2z = 0,\ z = \frac{r^2}{2},\ h^2 = \frac{r^2}{2}, h = \frac{r}{\sqrt{2}}.$$

Итак, освещенность максимальна, если $h = \dfrac{r}{\sqrt{2}},\quad tgx = \dfrac{h}{r} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

Ответ: $h = \dfrac{r}{\sqrt{2}}.$

Задача 8. Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном и объемом 32м^3, чтобы на облицовку его стен и дна было израсходовано наименьшее количество материала.

Решение

Обозначим длину стороны основания бассейна через x, а высоту – через y.

Тогда $V(x,y) = x^2y = 32$.

Площадь боковой поверхности бассейна вместе с площадью его дна равна: $S=x^2+4xy$. Найдем y из равенства $x^2y = 32$, и подставив его значение в последнее равенство, получим такую функцию от x: $S(x) = x^2 + \dfrac{128}{x}$.

Найдем производную этой функции: $S'(x) = 2x - \dfrac{128}{x^2}$. Решим уравнение

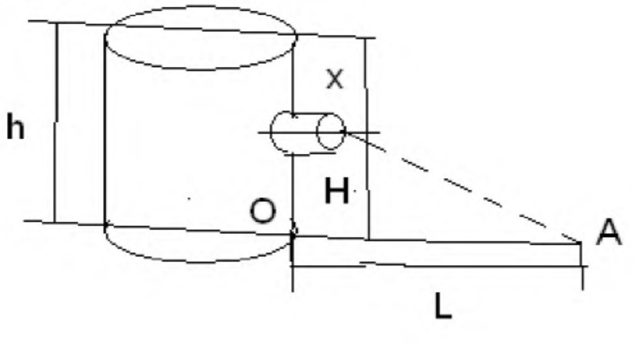
$S'(x) = 0,\quad 2x - \dfrac{128}{x^2} = 0,$ находим критическую точку x=4.

Так как существует только одна критическая точка, то она и является точкой минимума функции S(x). Следовательно, наименьшие размеры бассейна с данным объемом V=32м^2 таковы: x=4м, y=2м.

Ответ: x=4м; y=2м.

Задача 9. Сосуд с вертикальной стенкой и высотой h стоит на горизонтальной плоскости. На какой глубине нужно разместить отверстие, чтобы дальность струи из отверстия была наибольшей (скорость вытекающей жидкости, по закону Торричелли, равна $\sqrt{2gx}$, где x – глубина отверстия, g – ускорение свободного падения)

Решение.



Обозначим через H расстояние в сосуде от горизонтальной плоскости, а через L - - расстояние точки A от стенки сосуда. Тогда L=vt, где t – время вытекания воды из отверстия на плоскость (в точку A).

Из курса физики известно, что $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$, *или* $t=\sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$.

Тогда $L(x)=\sqrt{2gx}\sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}=2\sqrt{x(h-x)}$, $0 \le x \le h$.

Найдем производную $L'(x)=\frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}}$. Решим уравнение : $L'(x)=0$,

$\frac{h-2x}{\sqrt{x(h-x)}}=0$, $h-2x=0$, $x=\frac{h}{2}$ -- критическая точка. Так это единственная критическая точка, то она и есть искомой.

Ответ: $x=\frac{h}{2}$.

Задача 10. Предположим, что в точку O помещен единичный электрически заряд. Он создает электрическое поле. Известно, что на другой единичный заряд, помещенный в точку x, действует сила, обратно пропорциональная квадрату расстояния, т.е. $F(x)=\frac{k}{x^2}$. Найти работу электрического поля по перемещению единичного заряда из точки x_1 в точку x_2.

Решение

Применяя формулу для работы $A=\int_a^b F(x)dx$, получим $A=\int_{x_1}^{x_2}\frac{k}{x^2}dx=k\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{x^2}$.

Для функции $F(x)=\frac{k}{x^2}$, первообразная $U(x)=-\frac{k}{x}$. Получим:

$A=U(x)\Big| = -\frac{k}{x}\Big|_{x_1}^{x_2}=\frac{k}{x_1}-\frac{k}{x_2}$.

Ответ: $A=U(x)\Big| = -\frac{k}{x}\Big|_{x_1}^{x_2}=\frac{k}{x_1}-\frac{k}{x_2}$.

Задача 11. Пирамида Хеопса представляет собой правильную четырехугольную пирамиду высотой 147м, в основании которой квадрат со стороной 232м. Она построена из камня, плотность которого 2,5г/см^3. Найти работу против силы тяжести, затраченную при постройке.

Решение.

Проведем вертикально вверх ось x с началом у основания пирамиды. По этой оси будем измерять высоту подъема камней. Пусть высота пирамиды равна H, сторона основания a, а плотность камня ρ. Обозначим через A(x) работу, которую надо совершить для постройки пирамиды от основания до высоты x. Найдем сначала сторону y квадрата, получающегося в горизонтальном сечении пирамиды на высоте x. из подобия треугольников получаем $\frac{H-x}{H}=\frac{y}{a}$, *откуда* $y=\frac{a}{H}(H-x)$.

Рассмотрим тонкий слой пирамиды, расположенный на расстоянии x от основания. Пусть толщина слоя равна dx. Слой можно приблизительно считать параллелепипедом. Масса его dm равна: $\rho y^2 dx = \rho \frac{a^2}{H^2}(H-x)dx$.

При подъеме этого слоя на высоту x была проделана работа dA, равная (gdm)x, где g- ускорение силы тяжести, т.е. $dA = g\rho \frac{a^2}{H^2} x(H-x)^2 dx$.

Отсюда $A = A(H) = \int_0^H dA = g\rho \frac{a^2}{H^2}\int_0^H x(H-x)^2 dx = \frac{g\rho a^2}{H^2}\int_0^H (xH^2 \ldots =$

$$\frac{g\rho a^2}{H^2}\left(H^2\frac{x^2}{2} - 2H\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^H = \frac{g\rho a^2}{H^2}\left(\frac{H^4}{2} - \frac{2H^4}{3} + \frac{H^4}{4}\right) = \frac{g\rho a^2}{12}\cdot H^2.$$

Подставляя числовые данные a=232м, H=147м, ,
получаем $A=2{,}37*10^{12}$ Дж$=2{,}4*10^5$ тонно-километров.
Ответ: $2{,}4*10^5$ тонно-километров

Задача 12. Квадратная пластинка со стороной a погружена в воду перпендикулярно ее поверхности, причем верхнее основание пластины находится на поверхности. Найти давление воды на пластину.

Решение

На маленькую площадку площадью dS, расположенную на глубине x от поверхности, давит столб воды в виде цилиндра с основанием dS и высотой x. Давление dp будет при этом равно $\rho gxdS$, где $\rho -$ плотность воды,

$\rho xdS -$ масса цилиндра. Возьмем полоску пластины шириной dx, находящуюся на глубине x. Её площадь dS равна adx. Отсюда dp=$\rho gaxdx$. Получаем

$$p = \int_0^a \rho gaxdx = g\rho a\cdot\frac{x^2}{a}\Big|_0^a = \frac{g\rho a^3}{6}.$$

Ответ: $\frac{g\rho a^3}{6}$.

Задача 13.

Экспериментально установлено, что продуктивность труда работника приближенно выражается формулой: $f(t)= -0{,}0033t^2 -0{,}089t +20{,}96$, где t -- рабочее время в часах. Вычислите объем выпуска продукции за квартал, считая рабочий день восьмичасовым, а количество рабочих дней в квартале – 62.

Решение.

Объем выпуска продукции в течение смены является первообразной для функции, выражающей продуктивность труда. Поэтому $V = \int_0^8 f(t)dt$.

В течение квартала объем выпуска продукции составит:

$$V = 62\int_0^8 f(t)dt = 62\int_0^8 (0{,}0033t^2 - 0{,}089t + 20{,}96)dt = 62(-0{,}0033\frac{t^3}{3} - 0{,}089\frac{t^2}{2} + 20{,}89t)\Big|_0^8 =$$

$$62(-0{,}001\cdot 512 - 2{,}848 + 167{,}68) = 62\cdot 164{,}27 \approx 10185(ед.)$$

Ответ: 10185 ед.

Задача 14.

Экспериментально установлено, что зависимость расхода бензина автомобиля от скорости на 100км пути выражается по формуле: $Q=18-0{,}3v+0{,}003v^2$, где $30 \le v \le 110$. Определить средний расход бензина, если скорость движения 50-60км/час.

Решение

Средний расход бензина составляет :

$$m = \frac{\int_{50}^{60}(18-0{,}3v+0{,}003v^2)dv}{60-50} = \frac{(18v-0{,}3\frac{v^2}{2}+0{,}003\frac{v^3}{3})\Big|_{50}^{60}}{10} =$$

$$\frac{1}{10}(18\cdot 60-0{,}3\cdot 1800+0{,}003\cdot 72000-18\cdot 50+0{,}3\cdot 1250-0{,}003\cdot 41667) =$$

$$\frac{1}{10}(1080-540+216-900+375-125)=10{,}6(л)$$

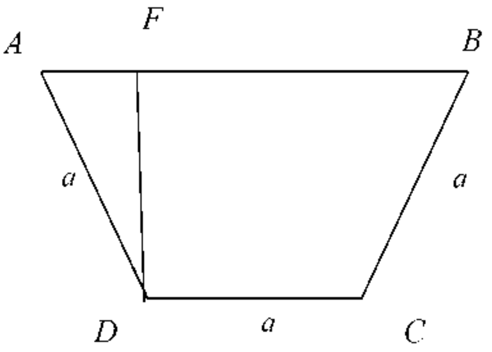
Ответ: 10,6л

Задача 15.

Из трёх одинаковых досок шириной а нужно сделать жёлоб наибольшей пропускной способностью, поперечное сечение которого имело бы форму равнобокой трапеции.

Решение

Очевидно, что пропускная способность жёлоба будет наибольшей, если наибольшей будет площадь его поперечного сечения ,где AB > a).Обозначим угол при большем основании трапеции через x. Выразим площадь S трапеции как функцию от x.



$$S=\frac{AB+CD}{2}\cdot DF=\frac{a+a+2a\cos x}{2}\cdot a\sin x.$$

Итак, $S=a^2(1+\cos x)\sin x, 0<x<\frac{П}{2}$. Найдем производную этой функции:

$S'=a^2((-\sin x)\sin x+1(1+\cos x)\cos x)=a^2(\cos x+\cos 2x)=2a^2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}$. На интервале $\left(0;\frac{П}{2}\right)$ уравнение $2a^2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}=0$ имеет единственное решение $x=\frac{П}{3}$.

Следовательно, на этом интервале функция имеет единственную критическую точку $x=\frac{П}{3}$. Так как $S'\left(\frac{П}{4}\right)>0, S'\left(\frac{5П}{12}\right)<0$,то производная переходя через точку $x=\frac{П}{3}$,меняет знак с плюса на минус, то есть $x=\frac{П}{3}$ -точка максимума функции, и, следовательно, $S\left(\frac{П}{3}\right)$ -наибольшее значение функции на промежутке $\left(0;\frac{П}{2}\right)$.Итак, доски надо соединить друг с другом под углом 120°.

Задача 16

Доказать неравенство $\frac{1}{2} \le \frac{x^2+x+1}{x^2+1} \le \frac{3}{2}$.

Решение

Перепишем данное неравенство в виде $\frac{1}{2} \le 1+\frac{x}{x^2+1} \le \frac{3}{2}$ или $-\frac{1}{2} \le \frac{x}{x^2+1} \le \frac{1}{2}$.

Найдем наибольшее и наименьшее значение функции f(x)=$\frac{x}{x^2+1}$ на промежутке $(-\infty;+\infty)$. Так как эта функция нечётная и f(x) >0 при x >0,то достаточно найти наибольшее и наименьшее значение функции на интервале $(0;+\infty)$.

Найдем производную функции: f(x)=$\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$. На интервале $(0;+\infty)$

Содержится единственная критическая точка x=1 функции f(x), которая является точкой максимума этой функции. На основании правил нахождения наибольшего и наименьшего значений f(1)=$\frac{1}{2}$ является наибольшим значением функции f(x)=$\frac{x}{x^2+1}$.

Тогда f(-1)= $-\frac{1}{2}$ являются её наименьшим значением на интервале $(-\infty;+\infty)$.Отсюда заключаем, что $-\frac{1}{2} \le f(x) \le \frac{1}{2}$, что и требовалось доказать.

Задача 17

Доказать, что при $x \ge 0$ имеют место неравенства: $\sin x \le x$; $1-\cos x \le \frac{x^2}{2}$; $x-\sin x \le \frac{x^3}{6}$.

Решение

При $x \ge 0$ имеем очевидное неравенство $\cos x \le 1$.Применим свойство монотонности интеграла, положив $g(x)=\cos x$ и $f(x)=1$. Функции f и g удовлетворяют всем условиям используемого утверждения на промежутке $[0;+\infty)$. Поэтому для произвольного x ≥0 $\int_0^x \cos t dt \le \int_0^x 1 dt$, т. е. $\sin x \le x$.

Применяя тот же метод к полученному неравенству можно записать: $\int_0^x \sin t dt \le \int_0^x t dt$,или $1-\cos x \le \frac{x^2}{2}$.

Ещё раз использую то же утверждение к полученному неравенству, будем иметь $\int_0^x (1-\cos t)dt \le \int_0^x \frac{t^2}{2}dt$ или $x-\sin x \le \frac{x^3}{6}$.

Задача 18

Два корабля плывут с постоянными скоростями $V_1=20$ км/ч и $V_2=30$ км/ч по прямым, угол между которыми 60°, в направлении точки пересечения этих прямых. Найдите наименьшее расстояние между кораблями, если в начальный момент времени расстояние кораблей от точки пересечения прямых были соответственно 10 км и 20 км.

Пусть через t часов от начального момента
первый корабль окажется в точке A,
второй – в точке B, R(t) км- расстояние AB.

По условию BC=20 – 30t, AC=10-20t. Тогда по теореме косинусов имеем $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$ или $AB^2 = 100 - 400t + 400t^2 + 400 + 1200t + 900t^2 - 200 + 300t + 400t - 600t^2$.

Следовательно, $R(t) = AB = 10\sqrt{3 - 9t + 7t^2}$.

Требуется найти наименьшее значение этой функции на промежутке $\left[0; \frac{2}{3}\right]$.

Функция R(t) определена и дифференцируема на всей числовой оси, причем $R'(t) = \frac{5(14t - 9)}{\sqrt{3 - 9t + 7t^2}}$. Следовательно, $t = \frac{9}{14}$ - единственная на $\left[0; \frac{2}{3}\right]$ критическая точка, которая является точкой минимума, так как $R'(0) < 0$, а $R'(1) > 0$. Значит, $R\left(\frac{9}{14}\right)$ - минимальное расстояние между кораблями, $R\left(\frac{9}{14}\right) = 5\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Ответ: $\frac{5\sqrt{21}}{7}$ км.

Вопросы по теме «Первообразная. Интеграл.»

1. Дайте определение первообразной.
2. Сформулируйте основное свойство первообразных.
3. В чем заключается геометрический смысл основного свойства первообразной?
4. Сформулируйте три правила нахождения первообразных.
5. Какую фигуру называют криволинейной трапецией?
6. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.
7. Объясните, что такое интеграл?
8. В чем заключается геометрий смысл интеграла?
9. Запишите формулу Ньютона- Лейбница.
10. Назовите несколько примеров применения определенного интеграла в геометрии и физике.
11. Какая связь существует между операциями дифференцирования и интегрирования?

Проверочная №12 работа по теме «Интеграл»

Вариант 1

1. Для функции $f(x) = 2x^2+x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку A(1;1)

2.Вычислите интеграл:

а) $\int_0^1 [\![(2x^2]\!] + 3)\, dx$

б) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x \; dx$

в) $\int_0^2 \frac{2x-1}{2x+1}\, dx$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) параболой $y=(x-1)^2$, прямой $y=x+1$ и осью Ox.

б) графиком функции $y=x^2$ при x>0, параболой

$y = -x^2 + 4x + 1.$

Вариант 2

1. Для функции $f(x) = 3x^2 - 5$ найдите первообразную, график которой проходит через точку А(-1;3)

2.Вычислите интеграл:

а) $\int_0^1 [(3x^2] - x)\,dx$

б) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{2}\,dx$

в) $\int_0^3 \frac{3x-2}{3x+1}\,dx$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) параболой $y=(2-x)^2$, прямой $y=2x+4$ и осью Ox.

б) графиком функции $y = x^2$ при $x<0$, параболой $y = x^2 + 4x - 1.$

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 пунктов заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 пункта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 пункта заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х пунктов заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 12.1. Векторы в пространстве.

Тема 13.1. Метод координат в пространстве. Движения.

Тест 15

Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения.

1) При каком значении α векторы $\vec{a}(2;3;-4)$ и $\vec{b}(\alpha;-6;8)$ параллельны?

1) – 4	2) – 3	3) 0	4) 4	5) 3

2) При каком значении α векторы $\vec{a}(2;3;-4)$ и $\vec{b}(\alpha;-6;8)$ перпендикулярны?

1) 25	2) 2	3) – 4	4) 0	5) 4

3) Найти угол при вершине В в треугольнике с вершинами А(14; – 13), В(16; – 14) и С(17; – 17)

1) 135°	2) 90°	3) 45°	4) 22,5°	5) 150°

4) В треугольнике с вершинами А(1; – 1; 2), В(3; 0; 2) и С(– 1; 2; 0) длина медианы АК равна

1) $\sqrt{5}$	2) 5	3) 3	4) $\sqrt{3}$	5) 2

5) Периметр треугольника с вершинами А(1; 1; 0), В(1; 2; 2) и С(3; 2; 0) равен

1) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$	2) $\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$	3) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$	4) $3\sqrt{2}$	5) $3\sqrt{5}$

6) Если в параллелограмме ABCD заданы $\overrightarrow{AB}(-4;-4;-2)$, $\overrightarrow{CB}(-3;-6;1)$, А(3; 8; – 5), то сумма координат точки пересечения диагоналей равна

1) 7	2) 6	3) 5	4) 4	5) 3

7) Даны векторы $\overrightarrow{AB}(\alpha;6;\beta)$, $\overrightarrow{BC}(2;-3;5)$.. Если точки А, В и С лежат на одной прямой, то сумма α + β равна

1) –	2) –	3) –	4) – 8	5) –

12	14	10		16

8) Если вектор $\vec{p}$ направлен противоположно вектору $\vec{q}(6;-12;18)$, и $\left|\vec{p}\right| = \sqrt{14}$, то произведение координат вектора $\vec{p}$ равно

1) 6	2) 9	3) 3	4) 8	5) 12

9) Даны вектор $\vec{a}(-1;2)$ и точка A(– 3; 2). Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если точка B принадлежит оси OX и $\vec{a}\cdot\overrightarrow{AB} = 4$

1) $6\sqrt{2}$	2) $2\sqrt{17}$	3) $2\sqrt{15}$	4) $2\sqrt{13}$	5) $\sqrt{13}$

10) Даны вектор $\vec{a}(8;-2;4)$ и точка A(0; 2; 4). Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если точка B принадлежит оси OY и $\vec{a}\perp\overrightarrow{AB}$

1) $2\sqrt{5}$	2) $3\sqrt{5}$	3) $5\sqrt{2}$	4) $2\sqrt{74}$	5) $4\sqrt{5}$

11) Даны вектор $\vec{a}(-2;4)$ и точка A(1; 3). Найти скалярное произведение $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{a}$, если точка B принадлежит оси OY, и векторы $\vec{a}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны

1) – 20	2) – 10	3) – 8	4) 10	5) 20

12) Найти скалярное произведение $(\vec{m}+\vec{n})\cdot(2\vec{m}-\vec{n})$, если $\left|\vec{m}\right| = 5$, $\left|\vec{n}\right| = 6$ и угол между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$ равен 120°

1) – 1	2) 10	3) – 10	4) 16	5) 29

13) Вектор $\vec{a}$ составляет с положительным направлением оси OX угол 135°. Найти координату x вектора $\vec{a}$, если $\left|\vec{a}\right| = 2\sqrt{2}$

1) 1/4	2) 1/2	3) 2	4) – 2	5) – 1/2

14) Даны точки A(1; –2; 3), B(5; –1; – 2), C(– 1; 1; 2). Найти сумму координат точки D(x; y; z), если $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BD} = 0$

1) – 1	2) 2	3) – 3	4) 6	5) 8

15) Если в параллелограмме ABCD заданы вершины A(2; –5; 4), B(1; – 3; 1), C(– 3; 4; – 6), то сумма координат четвёртой вершины равна

1) 0	2) – 1	3) – 2	4) – 3	5) – 4

16) Найдите $\left|\vec{a}\right|$, если $\left|\vec{b}\right| = 4\sqrt{2}$, $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = 17$ и $\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = 15$

17) Найдите $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$, если $\left|\vec{a}\right| = 10$, $\left|\vec{b}\right| = 21$ и $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = 31$

18) Даны точки A(–4; 0), B(2; – 3), C(– 1; 1), D(3; 2). Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})\cdot(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CB})$

19) Найти уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых y = – 5x + 10 и y = – 5x – 20

1) y–5x–5= 0	2) y+5x–5= 0	3) y+5x+5= 0	4) y+5x+10=0	5) y+5x–10= 0

20) Найти уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух точек A(5;– 6) и B(– 3;–2).

21) В треугольнике ABC с вершинами A(1;3), B(5; – 7) и C(– 1;9) уравнение прямой, содержащей медиану AM, имеет вид

1) y = –2x +5	2) y = 2x –5	3) y = –2x –5	4) y = –2x –1	5) y = x + 2

22) Найти уравнение окружности, если точки A(2;0) и B(– 2;6) являются концами её диаметра

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 22, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 15 до 21, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 11 до 14, студент получает оценку "Удовлетворительно";

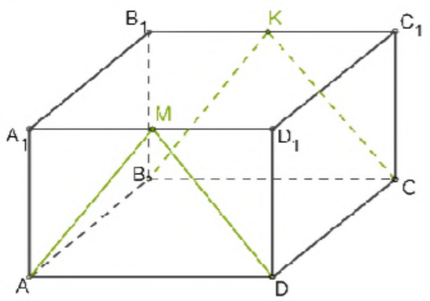
Количество правильных ответов менее 11-ти, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Вопросы по теме "Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения."

1) Правило, при котором сумму трех некомпланарных векторов изображает диагональ параллелепипеда, ребрами которого являются данные вектора, называют правилом

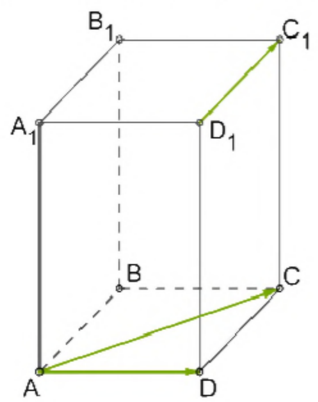
2) Вектор, сонаправленный любому вектору, это

3) Назови все векторы, противоположно направленные для вектора BK



4) Известно, что вектор $\vec{m}$ можно выразить через вектор $\vec{b}$ следующим образом: $\vec{m} = k \cdot \vec{b}$, к тому $\vec{b} \neq \vec{0}$. Как называются эти векторы при разных значениях k?

5) Определи, компланарны ли данные три вектора? AD;AC;D1C1



6) Подбери нужное слово, чтобы получить правильное суждение о векторах:

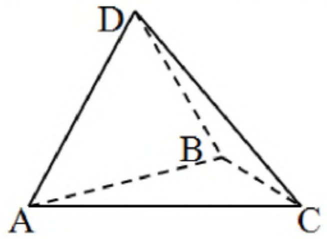
1. Если два вектора параллельны, то они
2. Если три вектора расположены в одной плоскости, то они
3. Для сложения трех не компланарных векторов применяют закон

Практические задания по теме "Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Движения."

Задача 1. Упрости выражение $3\vec{p} - 2(3\vec{m} + 3\vec{p}) - 3(3\vec{n} + 2\vec{m} - 2\vec{p})$

Задача 2. Дан параллелепипед ABCDA1B1C1D1. Найти сумму векторов C1D и A1B1.

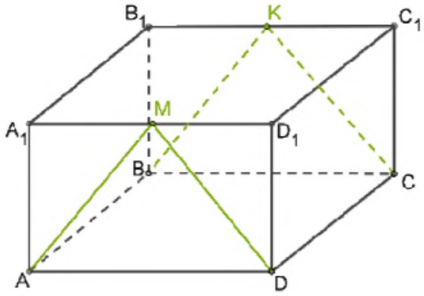
Задача 3. ABCD – тетраэдр



Найти сумму векторов BD и DC

Найти разность векторов AD и BD

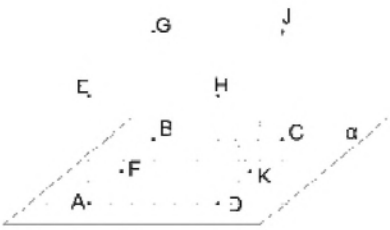
Задача 4. Дан параллелепипед ABCDA1B1C1D1. Точки M и K - середины ребер A1D1 и B1C1 соответственно.



Найди:

1. BB1+AB=
2. D1D−MD=

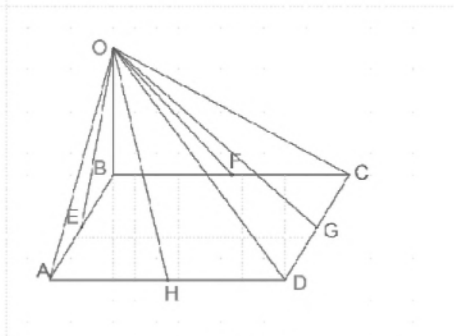
Задача 5. На плоскости α лежит прямоугольник ABCD. EA, GB, JC и HD - перпендикуляры к плоскости. Точки F и K - середины сторон AB и DC соответственно.



Определи по рисунку:

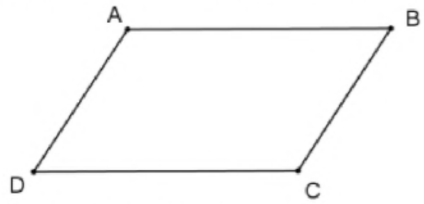
1. 0,5AB+FE=
2. 2CK−AD=

Задача 6. Дан параллелограмм ABCD. Точки E,F,G,H являются соответственно серединами сторон AB,BC,CD,AD. O - произвольная точка пространства.



Вырази вектор HO+OAчерез вектор CB:

Задача 7. Дан параллелограмм ABCD.

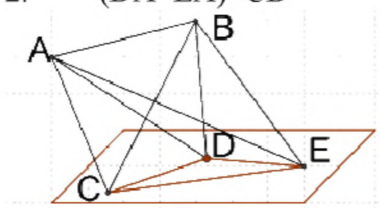


Точки E и F являются соответственно серединами сторон CD и BC, O - произвольная точка пространства. Вырази вектор OD−OBчерез вектор FE

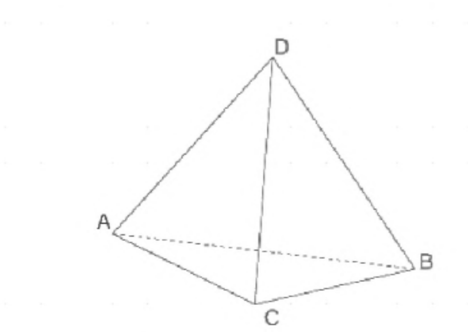
Задача 8. Упрости выражение с векторами DF+2AF−0,5FD+3FA−1,5DF+AK

Задача 9. В пространстве даны пять точек A, B, C, D и E. Какой вектор, с началом и концом в данных точках, равен сумме векторов:

1. (DA+AE−CE)+BE+(AD+CA)
2. (DA−EA)+CD



Задача 10. Дан тетраэдр ABCD.



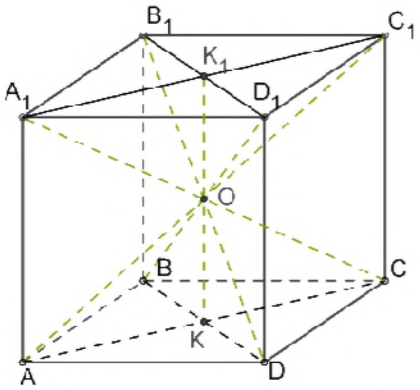
прости выражение:

AD+CA+DC+AB

Задача 11. Дан куб, диагонали которого пересекаются в точке O.

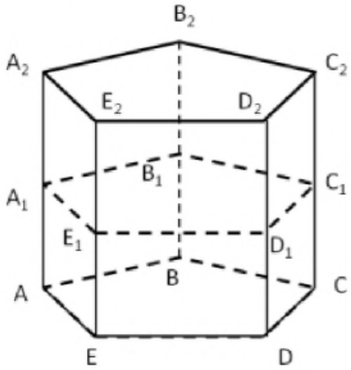
Какие числовые коэффициенты пропущены в равенствах?

1. C1B1=… *A1D1
2. AO=…*AC1
3. AC1=…*OC1
4. BD1=…*D1O

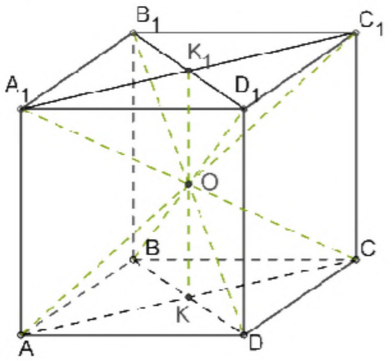


Задача 12. Основание призмы – правильный пятиугольник со стороной 12 см. Длина ее бокового ребра – 32 см. Плоскость сечения проведена через середины боковых ребер.

Найди результирующий вектор 2BB1+B1C1−A2C2+0,5A2A и его длину.

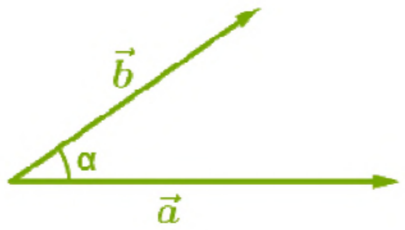


Задача 13. Диагонали куба пересекаются в точке O.
Сторона куба равна 8см.



Найди результирующий вектор и его длину. *(Округли до сотых)*
1) 2AO−CC1+0,5CA=
2 0,5AC1+0,5K1K−KA+2KO=

Задача 14. Определи скалярное произведение данных векторов.



$|\vec{a}|=6$ $|\vec{b}|=2$ $\angle\alpha=30°$

Задача 15. Определи скалярное произведение векторов $\vec{a}\{-1;-4;-7\}$ и $\vec{b}\{1;2;-1\}$.

Задача 16. Даны векторы $\vec{a}(-2;3;-9)$ и $\vec{b}(5;x;-3)$.

Найди значение x, если $\vec{a}\,\vec{b}=35$.

Задача 17. Даны векторы

$\vec{a}\{2;3;-1\}$; $\vec{b}\{-2;-1;3\}$; $\vec{c}\{-2;-2;-2\}$.

Которые из них образуют прямой угол?

Задача 18. Вычисли неизвестную координату, если данные векторы образуют прямой угол.

1. Даны векторы $a\{6;2;-8\}$ и $b\{6;k;6\}$.

k=?

2. Даны векторы $n\{a;-1;3\}$ и $m\{a;a;-2\}$.

a=?

Задача 19. Даны векторы $\vec{a}(-2;9;-9)$ и $\vec{b}(9;1;-1)$.

Определи, какой угол образован этими векторами.

Задача 20. Даны векторы $\vec{a}\{-4;-3;0\}$ и $\vec{b}\{2;-2;1\}$.

Определи значение косинуса угла между этими векторами.

Проверочная работа №13 по теме: «Векторы в пространстве»

Вариант 1

1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если A (5;-1; 3), B (2;-2; 4).
2. Даны векторы $\vec{b}$ (3; 1;-2) и $\vec{c}$ (1; 4;-3). Найдите $\left|2\vec{b}-\vec{c}\right|$.
3. Изобразите систему координат *Oxyz* и постройте точку A (1;-2;-4). Найдите расстояния от этой точки до координатных плоскостей.
4. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ *и* $\vec{n}$, если

$$\vec{m}=\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c},\ \ \vec{n}=2\vec{a}-\vec{b},\ \ |\vec{a}|=2,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ \left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=60^\circ,\ \ \vec{c}\perp\vec{a},\ \ \vec{c}\perp\vec{b}.$$

5. Дан куб АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$. Найдите угол между прямыми АД$_1$ и ВМ, где М – середина ребра ДД$_1$.
6. При движении прямая b отображается на прямую b_1, а плоскость β - на плоскость $\beta 1$ и $b \parallel \beta_1$. Докажите, что $b_1 \parallel \beta_1$.

Вариант 2

1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{CD}$, если C (6; 3;-2), D (2; 4;-5).
2. Даны вектора $\vec{\alpha}$ (5;-1; 2) и $\vec{b}$ (3; 2;-4). Найдите $\left|\vec{\alpha}-2\vec{b}\right|$.
3. Изобразите систему координат *Oxyz* и постройте точку B (-2;-3; 4). Найдите расстояния от этой точки до координатных плоскостей.
4. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ *и* $\vec{n}$, если

$$\vec{m}=2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c},\ \ \vec{n}=\vec{a}-2\vec{b},\ \ |\vec{a}|=3,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ \left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)=60^\circ,\ \ \vec{c}\perp\vec{a},\ \ \vec{c}\perp\vec{b}.$$

5. Дан куб $АВСДА_1В_1С_1Д_1$. Найдите угол между прямыми АС и $ДС_1$.

6. При движении прямая a отображается на прямую a_1, а плоскость α - на плоскость α_1 и $a \perp \alpha$. Докажите, что $a_1 \perp \alpha_1$.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 14.1. Цилиндр. Конус. Шар.
Тест 16. Цилиндр. Конус. Шар.

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна *20 см*. Найдите радиус основания цилиндра.

а) $5\sqrt{2}$ см; б) $8\sqrt{2}$ см; в) 10 см; г) $10\sqrt{2}$ см.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $6\sqrt{\pi}$ *дм²*, а площадь основания цилиндра равна *25 дм²*. Найдите высоту цилиндра.

а) $\frac{2}{3}\pi$ дм; б) $\frac{\pi}{2}$ дм; в) $0,6\pi$ дм; г) 2 дм.

3. Отрезок *AB* равен *13 см*, точки *A* и *B* лежат на разных окружностях основания цилиндра. Найдите расстояние от отрезка *AB* до оси цилиндра, если его высота равна *5 см*, а радиус основания равен *10 см.*

а) $7,5$ см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) 9 см; г) 8 см.

4. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$ *см*, а угол при вершине осевого сечения конуса равен120^0. Найдите площадь основания конуса.

а) 8π см²; б) $8\pi\sqrt{2}$ см²; в) 9π см²; г) $6\sqrt{3}\pi$ см².

5. Радиус основания конуса $3\sqrt{2}$ *см*. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

а) $16\sqrt{2}$ см²; б) 18 см²; в) $12\sqrt{3}$ см²; г) 16 см².

6. Отрезок *AB* – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на *3 см*. *MO* – высота конуса, причем *MO* = $6\sqrt{2}$ *см*, где *M* – вершина конуса. Найдите расстояние от точки *O* до плоскости, проходящей через точки *A*, *B* и *M*.

а) $\sqrt{3}$ см; б) $2\sqrt{2}$ см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) 4 см.

7. Сфера α проходит через вершины квадрата *ABCD*, сторона которого равна *12 см*. Найдите расстояние от центра сферы – точки *O* – до плоскости квадрата, если радиус *OD* образует с плоскостью квадрата угол, равный 60^0.

а) $8\sqrt{2}$ см; б) $6\sqrt{3}$ см; в) $4\sqrt{10}$ см; г) $6\sqrt{6}$ см.

8. Стороны треугольника *ABC* касаются шара. Найдите радиус шара, если *AB = 8 см*, *BC = 10 см*,*AC = 12 см* и расстояние от центра шара *O* до плоскости

треугольника *ABC* равно $\sqrt{2}$ *см*.

а) $3\sqrt{3}$ см; б) $2\sqrt{3}$ см; в) 3 см; г) $3\sqrt{2}$ см.

Вариант 2.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна *36 см*. Найдите радиус основания цилиндра.

а) 9 см; б) 8 см; в) $8\sqrt{3}$ см; г) $9\sqrt{2}$ см.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $12\sqrt{\pi}$ $дм^2$, а площадь основания цилиндра равна $64\ дм^2$. Найдите высоту цилиндра.

а) $\frac{\pi}{2}$ дм; б) $0{,}75\pi$ дм; в) $\frac{5\pi}{6}$ дм; г) 3 дм.

3. Отрезок *CD* равен *25 см*, его концы лежат на разных окружностях основания цилиндра. Найдите расстояние от отрезка *CD* до оси цилиндра, если его высота равна *7 см*, а диаметр основания равен *26 см.*

а) $6\sqrt{2}$ см; б) 6 см; в) 5 см; г) $4\sqrt{3}$ см.

4. Высота конуса равна $4\sqrt{3}$ *см*, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120^0. Найдите площадь основания конуса.

а) $120\sqrt{2}$ см^2; б) 136π см^2; в) 144π см^2; г) $24\sqrt{3}\,\pi$ см^2.

5. Радиус основания конуса $7\sqrt{2}$ *см*. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.

а) $54\sqrt{2}$ см^2; б) 35 см^2; в) $21\sqrt{2}$ см^2; г) 98 см^2.

6. Отрезок *DE* – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на *9 см*. *KO* – высота конуса, причем $KO = 3\sqrt{3}$ *см*. Найдите расстояние от точки *O* (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки *D*, *E* и *K*.

а) $\sqrt{3}$ см; б) $2\sqrt{2}$ см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) 4 см.

7. Сфера α проходит через вершины квадрата *CDEF*, сторона которого равна *18 см*. Найдите расстояние от центра сферы – точки *O* – до плоскости квадрата, если радиус сферы *OE* образует с плоскостью квадрата угол, равный 30^0.

а) 4 см; б) $4\sqrt{3}$ см; в) $3\sqrt{6}$ см; г) 6 см.

8. Стороны треугольника *MKN* касаются шара. Найдите радиус шара, если $MK = 9$ *см*, $MN = 13$ *см*, $KN = 14$ *см* и расстояние от центра шара *O* до плоскости треугольника *MKN* равно $\sqrt{6}$ *см*.

а) $4\sqrt{2}$ см; б) 4 см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см.

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов равно 8, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов от 6 до 7, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов от 4 до 5, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 4-х, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Цилиндр. Конус. Шар."

Задача 1. Докажите, что если одна из граней вписанной в цилиндр треугольной призмы проходит через ось цилиндра, то две другие грани взаимно перпендикулярны.

Задача 2. В конус высотой 12 см вписана пирамида, основанием которой является прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Найдите отношение площадей полных поверхностей пирамиды и конуса.

Задача 3. В усеченный конус вписана правильная усеченная n-угольная пирамида (т.е. основания пирамиды вписаны в основания усеченного конуса). Радиусы оснований усеченного конуса равны 2 см и 5 см, а высота равна 4 см. Вычислите площадь полной поверхности пирамиды при: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n= 6$.

Задача 4. Докажите что если в правильную призму можно вписать сферу, то центром сферы является середина отрезка, соединяющего центры оснований этой призмы.

Задача 5. Докажите, что центр сферы, вписанной в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды.

Задача 6. Радиус сферы равен R. Найдите площадь полной поверхности описанного около сферы многогранника, если этот многогранник является: а) кубом; б) правильной шестиугольной призмой; в) правильным тетраэдром.

Задача 7. Около сферы радиуса R описана правильная четырехугольная пирамида, плоский угол при вершине которой равен α. а) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды. б) Вычислите эту площадь при $R = 5$ см, $\alpha = 60°$.

Задача 8. Докажите, что если в правильную усеченную четырехугольную пирамиду можно вписать сферу, то апофема пирамиды равна полусумме сторон оснований ее боковой грани.

Задача 9. Докажите, что центр сферы, описанной около: а) правильной призмы, лежит в середине отрезка, соединяющего центры оснований этой призмы; б) правильной пирамиды, лежит на высоте этой пирамиды или ее продолжении.

Задача 10. Докажите, что: а) около любого тетраэдра можно описать сферу; б) в любой тетраэдр можно вписать сферу.

Задача 11. Радиус сферы равен R. Найдите площадь полной поверхности: а) вписанного в сферу куба; б) вписанной правильной шестиугольной призмы, высота которой равна R; в) вписанного правильного тетраэдра.

Задача 12. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна а, а боковое ребро равно 2а. Найдите радиусы вписанной и описанной сфер.

Задача 13. Сфера вписана в цилиндр (т. е. она касается оснований цилиндра и каждой его образующей, рис. 157, а). Найдите отношение площади сферы к площади полной поверхности цилиндра.

Задача 14. В конус с углом φ при вершине осевого сечения и радиусом основания r вписана сфера радиуса R (т. е. сфера касается основания конуса и каждой его образующей, рис. 158, а). Найдите: а) r, если известны R и φ; б) R, если известны r и φ; в) φ, если $R = 1$ см, $r= \sqrt{3}$ см.

Задача 15. В конус вписана сфера радиуса r. Найдите площадь полной поверхности конуса, если угол между образующей и основанием конуса равен а.

Задача 16. Цилиндр вписан в сферу (т. е. основания цилиндра являются сечениями сферы, рис. 157, б). Найдите отношение площади полной поверхности цилиндра к площади сферы, если высота цилиндра равна диаметру основания.

Задача 17. Конус с углом φ при вершине осевого сечения и радиусом основания r вписан в сферу радиуса R (т. е. вершина конуса лежит на сфере, а основание конуса является сечением сферы, рис. 158, б). Найдите: а) r, если известны R и φ; б) R, если известны r и φ; в) φ, если $R = 2r$.

Проверочная работа №14 по теме "Цилиндр. Конус. Шар."
Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания цилиндра равна 16π см². Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 6 см. Угол при вершине осевого сечения равен 120°.

а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30°.

б) Найти площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен 2р. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

4. Через вершину конуса проведена плоскость , пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90°. Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

5. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом α к основанию, пересекает верхнее основание по хорде, равной b и стягивающей дугу β. Найдите высоту цилинра.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2. Радиус основания конуса равен 6см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30°.

а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60°.

б) Найти площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен 4р. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

4. Прямоугольный треугольник с катетами 30 и 40 см вращается вокруг гипотенузы. Найдите площадь поверхности тела, полученного при вращении.

5. Высота цилиндра на 2 см меньше его радиуса. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 160π см^2. Найдите площадь осевого сечения цилиндра. Найдите площадь сечения цилиндра, проведённого параллельно его оси на расстоянии 6 см от неё.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 6 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 4 задания правильно или 5 заданий с незначительными недочетами, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 3 задания правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 3-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Тема 15.1. Объемы тел.
Тест 17
Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Вариант 1

<u>Уровень А</u>

1. Какое утверждение неверное?

1) Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел.

2) Равные тела имеют равные объёмы.

3) Если объёмы тел равны, то тела равны.

2. $S1$,S2, $S3$ — площади граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину.

Тогда объём параллелепипеда равен...

1) $V = \sqrt{S_1S_2S_3}$;

2) $V = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$;

3) $V = \sqrt{S_1 + S_2 + S_3}$.

4.Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равны 10, I7 и 10СМ.

Тогда объем параллелепипеда равен…

1)104;

2)32;

3)96.

5. Три куба, сделанные из свинца, имеют ребра 3, 4 и 5 см. Они переплавлены в куб, ребро которого равно...

1)4 см;

2) 6 см;

3) 10 см

Уровень В

1. Площадь полной поверхности куба равна 6 см^2. Тогда его объём равен….

2. Если каждое ребро куба увеличить на 100 см, то его объём увеличится в 125 раз. Ребро куба равно.

3.Стороны оснований и диагональ прямоугольного параллелепипед относятся как 1:2:3.

4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 2 см и составляет с одной гранью угол 30°, а с другой - угол 45°. Тогда его объём прямоугольного параллелепипеда равен…

Вариант 2

Уровень А

1. Какое утверждение верное?

1) Равные объемы могут иметь только равные тела.

2) Равновеликие тела - это тела, совмещаемые наложением.

3) Если первое тело содержит второе, то объем первого тела не меньше объема второго.

2. Какое утверждение верное?

1) Объёмы двух правильных четырёхугольных призм равны, если их диагональные сечения равновелики.

2) Два прямоугольных параллелепипеда с разными измерениями имеют разные объёмы.

3) Два прямоугольных параллелепипеда разных объёмов не могут иметь

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - прямоугольный параллелепипед. Объем пирамиды B_1ABC равен V.

Тогда объем параллелепипеда равен...

1) 3 V;

2) 4 V;

3) 6 V.

4. Какое утверждение верное?

1) Не могут быть равны объёмы четырёхугольной призмы и четырёхугольной пирамиды, имеющих равные высоты.

2) Две призмы с равными высотами равновелики, если их основаниями являются одноимённые многоугольники с равными сторонами.

3) Диагональные плоскости делят параллелепипед на равновеликие части.

5. Три куба, следанные из свинца, имеют ребра 3, 4 и 5 см. Они переплавлены в куб, ребро которого равно.

1)4 см;

2) 6 см;

3) 67см

Уровень В

1. Площадь полной поверхности куба равна 6 см^2. Тогда его объём равен...

2. Если каждое ребро куба увеличить на 100 см, то его объём увеличится в 125 раз. Ребро куба равно...

3. Стороны оснований и диагональ прямоугольного параллелепипед относятся как 1 : 2 : 3.

Длина бокового ребра равна 4 см. Объём параллелепипеда равен...

4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 2 см и составляет с одной гранью угол 30°, а с другой – угол 45°

Тогда его объём прямоугольного параллелепипеда равен…

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 5, уровня В равно 4, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А равно 4, уровня В от 2 до 3, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов уровня А равно 3, уровня В хотя бы 1, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 4-х из уровней А и В, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Тест 18
Объем прямой призмы и цилиндра.
Вариант 1

Уровень А

1. *LABCDAiBiCiDi-* прямоугольный параллелепипед.

ABCD — ромб. Тогда объём данного параллелепипеда можно найти по формуле...

1) $V = AB*AD*AA1$

2) $V = AC*BD*CC_1;$

3) $V = AB^2BB_1 smBAD.$

2. В каком отношении делится объём треугольной призмы плоскостью, проходящей через средние линии оснований?

1)0,5;

2) 0,33;

3) 0,25.

3. Во сколько раз объём цилиндра, описанного около правильной четырёхугольной призмы, больше объёма цилиндра, вписанного в эту же призму?

1) В 3 раза.

2) В 2 раза.

3) В 4 раза.

Уровень В

1. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 3,5 см, а диагональ боковой грани - 2,5 см. Тогда объём призмы равен...

2. В прямой треугольной призме стороны основания равны 4 см, 5 см и 7 см, а боковое ребро равно большей высоте основания. Объём призмы равен...

3. В основании прямой призмы - ромб. Диагонали призмы составляют с плоскостью основания углы 30° и 60°. Высота призмы равна 6 см. Тогда её объём равен...

4. В основании прямой призмы лежит трапеция. Площади параллельных боковых граней призмы равны 8 $см^2$ и 12 $см^2$, а расстояние между ними равно 5 см. Тогда объём призмы равен...

5. Площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее, равна 36 $см^2$. Радиус основания цилиндра равен 5 см. Тогда его объем равен...

Вариант 2

Уровень А

1. Какую часть объёма данной треугольной призмы составляет объём треугольной призмы, отсечённой от данной плоскостями, проходящими через средние линии оснований?

1)0,5;

2) 0,33;

3) 0,25.

2. Диаметр основания цилиндра увеличили в два раза, а высоту уменьшили в четыре раза. Тогда объём цилиндра...

1) увеличится в 2 раза;

2) уменьшится в 2 раза;

3) не изменится.

3. Как относятся объёмы двух цилиндров, если их высоты равны, а отношение радиусов оснований равно 2?

1)4.

2)2.

3)8.

Уровень В

1. Основание прямого параллелепипеда ромб, площадь которого 1 $м^2$, площади диагональных сечений 3 $м^2$ и 6 $м^2$.

Тогда объём параллелепипеда равен...

2. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота призмы равна радиусу вписанной в основание окружности. Объём призмы равен...

3. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 2 см и углом 60°. Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Тогда объём призмы равен...

4. В основании прямой призмы лежит ромб. Площадь основания призмы равна 48 $см^2$, а площади её диагональных сечений равны 30 $см^2$ и 40 $см^2$. Тогда объём призмы равен...

5. Площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 3 см от нее, равна 64 $см^2$. Радиус основания цилиндра равен 5 см. Тогда его объем равен...

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 3, уровня В равно 5, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А равно 2, уровня В равно 4, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов уровня А равно 1, уровня В равно 3, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 4-х из уровней А и В, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Тест 19

Объем шара и площадь сферы.

Вариант 1

<u>Уровень А</u>

1. Объём шара радиуса *R* можно найти по формуле...

2. Диаметр одного шара равен радиусу другого. Тогда отношение объёмов этих шаров равно...

1) 1 : 2;

2) 1 : 4;

3) 1: 8.

3. По формуле *V-2 3лК^{2}к* вычисляется объём шарового...

1) сегмента;

2) слоя;

3) сектора.

4. Радиус шара увеличили в 3 раза. Тогда площадь поверхности шара увеличится...

1) в 6 раз;

2) в 9 раз;

3) в 12 раз.

5. Имеются шар и куб равного объёма. У какого тела больше полная поверхность?

1) У шара.

2) У куба.

3) Площади поверхностей тел равны.

<u>Уровень В</u>

1. Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см?

2. Площадь поверхности полушара равна 18 л см^2. Тогда его объём равен...

3. Площадь сечения шара плоскостью равна 5 л см^2, а расстояние от центра шара до плоскости равно 2 см. Тогда объём шара равен...

4. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Тогда объём меньшей части шара равен...

5. Ребро куба равно 1 см. Тогда объём вписанного в куб шара равен...

Вариант 2

<u>Уровень А</u>

1. Объём шара радиуса *R* можно найти по формуле...

2. Площадь поверхности одного шара в 4 раза меньше площади поверхности другого. Тогда отношение объёмов этих шаров равно...

1)1:2;

2)1:4;

3)1:8.

3. Диаметр одного шара равен радиусу другого. Тогда отношение площадей поверхностей этих шаров равно...

1) 1 : 2;

2) 1:4;

3) 1: 8.

4. Радиус шара уменьшили в 5 раз. Тогда площадь поверхности шара уменьшится...

1) в 2 раза;

2) в 10 раз;

3) в 25 раз.

5. Имеются шар и куб равной площади поверхности. У какого тела больше объём?

1) У шара.

2) У куба.

3) Объёмы тел равны.

Уровень В

1. Сколько кубиков с рёбрами 2 см можно отлить из металлического шара диаметром 4 см?

2. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Тогда объём большей части шара равен...

3. Ребро куба равно 1 см. Тогда объём описанного около куба шара равен...

4. Правильная треугольная призма со стороной основания 6 см описана около шара. Объём шара равен...

5. Ребро куба равно 2 см. Тогда объём вписанного в куб шара равен...

Критерии оценивания тестовой работы студента.

Количество правильных ответов уровня А равно 5, уровня В равно 5, студент получает оценку "Отлично";

Количество правильных ответов уровня А равно 4, уровня В равно 4, студент получает оценку "Хорошо";

Количество правильных ответов уровня А равно 3, уровня В равно 3, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Количество правильных ответов менее 6-ти из уровней А и В, студент получает оценку "Не удовлетворительно".

Практические задания по теме "Объемы тел"

Задача 1. Когда Гулливер попал в Лилипутию, он обнаружил, что там все вещи ровно в 12 раз короче, чем на его родине. Сможете ли Вы сказать, сколько лилипутских спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?

Задача 2. Докажите, что из боковых граней четырёхугольной пирамиды, основанием которой служит параллелограмм, можно составить треугольную пирамиду, причём её объём вдвое меньше объёма исходной четырёхугольной пирамиды.

Задача 3. На боковых рёбрах PA, PB, PC (или на их продолжениях) треугольной пирамиды $PABC$ взяты точки M, N, K соответственно. Докажите, что отношение объёмов пирамид $PMNK$ и $PABC$ равно

$$\frac{PM}{PA}\cdot\frac{PN}{PB}\cdot\frac{PK}{PC}.$$

Задача 4. В прямом параллелепипеде стороны основания равны a и b, острый угол между ними равен 60°. Большая диагональ основания равна меньшей диагонали параллелепипеда. Найдите объём параллелепипеда.

Задача 5. Основание наклонной призмы – параллелограмм со сторонами 3 и 6 и острым углом 45°. Боковое ребро призмы равно 4 и наклонено к плоскости основания под углом 30°. Найдите объём призмы.

Задача 6. Основание наклонной призмы – параллелограмм со сторонами 3 и 6 и острым углом 45°. Боковое ребро призмы равно 4 и наклонено к плоскости основания под углом 30°. Найдите объём призмы.

Задача 7. Основанием пирамиды служит равнобедренный прямоугольный треугольник, катет которого равен 8. Каждое из боковых рёбер пирамиды равно 9. Найдите объём пирамиды.

Задача 8. Основанием пирамиды $SABC$ является правильный треугольник ABC, сторона которого равна $\sqrt{3}$. Основанием высоты, опущенной из вершины S, является точка O, лежащая внутри треугольника ABC. Расстояние от точки O до стороны AC равно

1. Синус угла OBAотносится к синусу угла OBC как $2:1$. Площадь грани SAB равна $\sqrt{\frac{5}{6}}$. Найдите объём пирамиды.

Задача 9. Основанием пирамиды $SABC$ является правильный треугольник, сторона которого равна 1. Основанием высоты, опущенной из вершины S , является точка O , лежащая внутри треугольника ABC . Расстояние от точки O до стороны CA равно $\frac{\sqrt{3}}{4}$, а расстояние от O до AB относится к расстоянию от O до BC как $3:4$. Площадь грани SBC равна $\frac{\sqrt{61}}{28}$. Найдите объём пирамиды.

Задача 10. Плоскость проходит через вершину A основания треугольной пирамиды $SABC$, делит пополам медиану SK треугольника SAB , а медиану SLтреугольника SAC пересекает в такой точке D , для которой $SD:DL = 1:2$. В каком отношении делит эта плоскость объём пирамиды?

Задача 11. В наклонном параллелепипеде проекция бокового ребра на плоскость основания равна 5, а высота равна 12. Сечение, перпендикулярное боковому ребру, есть ромб с площадью 24 и диагональю 8. Найдите боковую поверхность и объём параллелепипеда.

Задача 12. Площадь основания прямой треугольной призмы равна 4, площади боковых граней равны 9, 10 и 17. Найдите объём призмы.

Задача 13. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $AB = CD = 13$, $BC = 11$, $AD = 21$. Площадь диагонального сечения призмы равна 180. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Задача 14. Найдите объём конуса, у которого площадь боковой поверхности равна $15\sqrt[3]{\pi}$, а расстояние от центра основания до образующей равно $\frac{2.4}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Задача 15. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 45° . Найдите сторону основания, если объём пирамиды равен 18.

Задача 16. Точка K расположена на ребре AD тетраэдра $ABCD$, точка N – на продолжении ребра AB за точку B , а точка M – на продолжении ребра AC за точку C , причём $AK:KD = 3:1$, $BN = AB$ и $CM:AC = 1:3$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки K , M , N . В каком отношении эта плоскость делитобъём тетраэдра?

Задача 17. Точка M расположена на ребре CD тетраэдра $ABCD$, точка N – на продолжении ребра AC за точку A , а точка K – на продолжении ребра CB за точку B , причём $DM:MC = 1:3$, $AN:AC = 1:4$ и $BK:BC = 1:3$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки K , M , N . В каком отношении эта плоскость делит объём тетраэдра?

Задача 18. Точка M расположена на ребре AD тетраэдра $ABCD$, точка N – на продолжении ребра AC за точку C , а точка K – на продолжении ребра AB за точку B , причём $DM:AM = 1:2$, $CN = 3AC$ и $BK:AB = 1:2$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки K , M , N . В каком отношении эта плоскость делит объём тетраэдра?

Задача 19. Точка N расположена на ребре BD тетраэдра $ABCD$, точка M – на продолжении ребра AC за точку C , а точка K – на продолжении ребра AB за точку B , причём $BN:ND = 2:1$, $AC = 3MC$ и $BK = AB$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки K , M , N . В каком отношении эта плоскость делит объём тетраэдра?

Проверочная работа №15 по теме «Объемы тел»

Вариант 1

1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60°. Найдите объем пирамиды.

2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30°. Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью ее основания угол в 45°. Найдите объем цилиндра.

3. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол в 60°. Найдите отношение объемов конуса и шара.

4. Объем цилиндра равен 96π см^3, площадь его осевого сечения 48 см^2. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

Вариант 2

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в 60°. Найдите объем пирамиды.

2. В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30°. Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол в 45°. Найдите объем конуса.

3. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.

4. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объемов цилиндра и шара.

Критерии оценивания проверочной работы студента.

Если студент выполнил все 4 заданий правильно с незначительными недочетами, студент получает оценку "Отлично";

Если студент выполнил 3 задания правильно, студент получает оценку "Хорошо";

Если студент выполнил 2 задания правильно, студент получает оценку "Удовлетворительно";

Если студент выполнил менее 2-х заданий, студент получает оценку "Не удовлетворительно";

Практические задания по теме "Комбинаторика"

Задача 1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

Задача 2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

Задача 3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Задача 4. В группе 9 человек. Сколько можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?

Задача 5. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.

Задача 6. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

Задача 7. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

Задача 8. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

Задача 9. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?

Задача 10. Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

Практические задания по теме "Элементы теории вероятности и статистики"

Задача 1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.

Задача 2. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Задача 3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

Задача 4. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

Задача 5. Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?

Задача 6. Цифры 1, 2, 3, …, 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.

Задача 7. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.

Задача 8. На каждой из пяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: "а", "м", "р", "т", "ю". Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех вынутых по одной карточке можно прочесть слово "юрта".

Задача 9. Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

Задача 10. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность следующих событий:

а) только одно отделение получит газеты вовремя;

б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

Задача 11. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

Задача 12. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

Задача 13. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Задача 14. Трое учащихся на экзамене независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятности ее решения этими учащимися равны 0,8, 0,7 и 0,6 соответственно. Найдите вероятность того, что хотя бы один учащийся решит задачу.

Задача 15. Брошены две игральные кости. Событие А={выпадение шестерки на первой кости}. Событие В={сумма выпавших очков равна 7}. Являются ли события А и В независимыми?

Задача 16. Случайная величина задана дифференциальной функцией распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \textit{при} \ x \le \pi, \\ -\cos x \ \textit{при} \ \pi < x \le \frac{3}{2}\pi, \\ 0 \ \textit{при} \ x > \frac{3}{2}\pi. \end{cases}$$

1) Определить вероятность попадания случайной величины X в интервал [π,5/4π][π,5/4π].

2) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

Задача 17. Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x \le 1; \\ C\cdot(x-1), & 1 < x \le 3; \quad \alpha = 0, \ \beta = 3 \\ 0, & x > 3; \end{cases}$$

Требуется:

а) найти коэффициент C;

б) найти функцию распределения F(x);

в) найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$
г) найти вероятность $P(\alpha < X < \beta)$;
д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

Задача 18. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$.
А) является ли случайная величина X непрерывной?
Б) имеет ли случайная величина X плотность вероятности $f(X)$? Если имеет, найти ее.
В) постройте схематично графики $f(X)$ и $F(X)$.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1,\\ x-1, & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Задача 19. Дана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X.
1. Найти значения параметров a,b
2. Построить график функции распределения $F(x)$
3. Найти вероятность $P(\alpha < X < \beta)$
4. Найти плотность распределения $p(x)$ и построить ее график.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0,\\ 1-ae^{-2x}, & x\ge 0.\end{cases}$$

$$\alpha=-1,\ \beta=1.$$

Задача 20. Время в годах безотказной работы прибора подчинено показательному закону, т.е. плотность распределения этой случайной величины такова: $f(t)=2e^{-2t}$ при $t \ge 0$ и $f(t)=0$ при $t<0$.
1) Найти формулу функции распределения этой случайной величины.
2) Определить вероятность того, что прибор проработает не более года.
3) Определить вероятность того, что прибор безотказно проработает 3 года.
4) Определить среднее ожидаемое время безотказной работы прибора.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, практического опыта, характеризующие этапы формирования компетенций

Методические указания по работе с лекционным материалом

Работа на лекции является очень важным видом студенческой деятельности для изучения дисциплины «Математика». Краткие записи лекций (конспектирование) помогает усвоить материал. Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями: «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. или подчеркивать красной ручкой. Целесообразно разработать собственную символику, сокращения слов, что позволит сконцентрировать внимание студента на важных сведения. Прослушивание и запись лекции можно производить при помощи современных устройств (диктофон, ноутбук, нетбук и т.п.).

Работая над конспектом лекций, всегда следует использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. По результатам работы с конспектом лекции следует обозначить вопросы, термины, материал, который вызывают трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Лекционный материал является базовым, с которого необходимо начать освоение соответствующего раздела или темы.

Методические указания по выполнению практических занятий

Проработка рабочей программы дисциплины, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины.

Ознакомление с темами и планами практических занятий. Конспектирование источников.

Подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение задач.

Решения задач студент должен привести полностью и должен быть готов комментировать ход решения с указаниями использованных формул и теорем. Желательно приводить несколько способов решения одной и той же задачи.

Методические указания по выполнению тестовых заданий

Тест - это система стандартизированных вопросов (заданий) позволяющих автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающихся. Тесты могут быть аудиторными и внеаудиторными. О проведении теста, его формы, а также раздел (темы) дисциплины, выносимые на тестирование, доводит до сведения студентов преподаватель. Тестирование ставит целью оценить уровень освоения студентами дисциплины в целом, либо её отдельных тем, а также знаний и умений, предусмотренных компетенциями. Тестирование проводится для студентов всех форм обучения в письменной либо компьютерной форме. Соответственно тестовые задания могут быть либо на бумажных носителях, либо в компьютерной программе. Сама процедура тестирования занимает часть учебного занятия (10 минут).

Для выполнения тестовых заданий студент должен повторить теоретический материал, изложенный на лекциях и рассмотренный на практических занятиях.

Методические указания по подготовке к экзамену и дифференцированному зачету

Залогом успешной сдачи экзамена и дифференцированного зачета является систематические, добросовестные занятия студента. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи экзаменов. Специфической задачей студента в период сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года.

При подготовке к экзамену и дифференцированному зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рабочую программу дисциплины, нормативную, учебную и рекомендуемую литературу.

Основное в подготовке к сдаче экзамена и дифференцированного зачета - это повторение всего материала дисциплины. При подготовке к сдаче экзамена и дифференцированного зачета студент весь объем работы должен распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнение намеченной работы.

По завершению изучения дисциплины сдается экзамен.

В период подготовки студент вновь обращается к уже изученному (пройденному) учебному материалу.

Подготовка студента к экзамену включает в себя три этапа: самостоятельная работа в течение семестра; непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса; подготовка к ответу на задания, содержащиеся в экзаменационных билетах.

Экзамен проводится по билетам, охватывающим весь пройденный материал дисциплины, включая вопросы, отведенные для самостоятельного изучения.

Для успешной сдачи экзамена по дисциплине «Математика» студенты должны принимать во внимание, что все основные категории математики, которые указаны в рабочей программе, нужно знать, понимать их смысл и уметь его разъяснить; указанные в рабочей программе формируемые компетенции в результате освоения дисциплины должны быть продемонстрированы студентом; практические занятия способствуют получению более высокого уровня знаний и, как следствие, более высокой оценке на экзамене; готовиться к экзамену необходимо начинать с первой лекции и первого практического занятия. При подготовке необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Есть целый ряд принципов («секретов»), которыми следует руководствоваться при подготовке к экзамену.

Первый - подготовьте свое рабочее место, где все должно способствовать успеху: тишина, расположение учебных пособий, строгий порядок.

Второй - сядьте удобнее за стол, положите перед собой чистые листы бумаги, справа - тетради и учебники. Вспомните все, что знаете по данной теме, и запишите это в виде плана или тезисов на чистых листах бумаги слева. Потом проверьте правильность, полноту и последовательность знаний по тетрадям и учебникам. Выпишите то, что не сумели вспомнить, на правой стороне листов и там же запишите вопросы, которые следует задать преподавателю на консультации. Не оставляйте ни одного неясного места в своих знаниях.

Третий - работайте по своему плану. Вдвоем рекомендуется готовиться только для взаимопроверки или консультации, когда в этом возникает необходимость.

Четвертый - подготавливая ответ по любой теме, выделите основные мысли в виде тезисов и подберите к ним в качестве доказательства главные факты и цифры. Ваш ответ должен быть кратким, содержательным, концентрированным.

Пятый - помимо повторения теории не забудьте подготовить практическую часть, чтобы свободно и умело показать навыки работы с формулами, таблицами, теоремами, различными пособиями, решения задач и т.д.

Шестой - установите четкий ритм работы и режим дня. Разумно чередуйте труд и отдых, питание, нормальный сон и пребывание на свежем воздухе.

Седьмой - толково используйте консультации преподавателя. Приходите на них, продуктивно поработав дома и с заготовленными конкретными вопросами, а не просто послушать, о чем будут спрашивать другие.

Восьмой - бойтесь шпаргалки - она вам не прибавит знаний.

Девятый - не допускайте как излишней самоуверенности, так и недооценки своих способностей и знаний. В основе уверенности лежат твердые знания. Иначе может получиться так, что вам достанется тот единственный вопрос, который вы не повторили.

Десятый - не забывайте связывать свои знания по любому предмету с современностью, с жизнью, с производством, с практикой.

Одиннадцатый - когда на зачете вы получите свой билет, спокойно сядьте за стол, обдумайте вопрос, набросайте план ответа, подойдите к приборам, картам, подумайте, как теоретически объяснить проделанный опыт. Не волнуйтесь, если что-то забыли.

При подготовке к занятиям необходимо еще раз проверить себя на предмет усвоения основных категорий и ключевых понятий курса.

7. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И (ИЛИ) МАТЕРИАЛЫ

7.1 Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

1. **Стандартные методы обучения:**

- лекции;
- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные домашние задания;
- консультация преподавателя;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных заданий, работа с литературой.

2. **Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:**

- интерактивные лекции;
- ролевые игры;
- групповые дискуссии и публичные выступления;

В процессе обучения по дисциплине «Математика» применяется компетентностный подход, который акцентирует внимание на результате образования. В качестве результата образования выступает способность выпускника действовать в деловых ситуациях различного характера, а не сумма усвоенной теоретической информации. Используемые в процессе обучения дисциплине «Математика» образовательные технологии, направлены оптимизацию и на повышение эффективности учебной работы студента в целях формирования у него необходимых конечных результатов обучения, т.е. компетенций.

Практические занятия по учебной дисциплине проводятся с целью закрепления знаний, полученных студентами на лекциях и (или) в ходе самостоятельной работы со специальной и (или) дополнительной литературой. В рамках реализации компетентного подхода в процессе обучения дисциплине «Математика» предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий. Помимо традиционных форм усвоения накопленных ранее знаний при изучении дисциплины используются активные методы обучения, которые позволяют активизировать мышление студентов, вовлечь их в учебный процесс; стимулируют самостоятельное, творческое отношение студентов к предмету; повышают степень мотивации и эмоциональности; обеспечивают постоянное взаимодействие обучаемых и преподавателей с помощью прямых и обратных связей.

Пример практического занятия в интерактивной форме

Интерактивное занятие в игровой форме по теме: Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения и неравенства.

Цели:

- закрепление навыков решения линейных, квадратных, иррациональных уравнений и неравенств;
- формирование навыков взаимодействия с другими людьми.

Задачи:

- выполнение упражнений по решению линейных, квадратных, иррациональных уравнений и неравенств;
- выявление равносильных и неравносильных уравнений и неравенств;
- взаимодействие студентов друг с другом в игровой форме.

Вопросы для обсуждения:

- равносильные и неравносильные уравнения и неравенства;
- методы решения иррациональных уравнений и неравенств.

Содержание практического занятия:

Организационный момент.

Приветствие и перекличка студентов.

Вводное слово преподавателя.

Сегодня мы закрепим практические навыки по теме «Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения и неравенства.» в ходе игры «Руководители и подчиненные». Это значит, что вы сегодня должны научиться решать поставленные задачи, взаимодействуя друг с другом.

Подготовка к основной части занятия.

Вам было задано повторить и укрепить, полученные на лекции, теоретические знания по теме. Также вы должны были подробнее разобрать примеры, приведенные в учебнике.

Чтобы подготовиться к основной части нашего занятия, разберем упражнения с учебника на доске совместно.

№139 Равносильны ли следующие уравнения:

1) $3x-7=5x+5$ и $2x+12=0$;

3) $x^2-3x+2=0$ и $x^2+3x+2=0$.

№140. Равносильны ли следующие неравенства:

2) $(x-1)(x+2)<0$ и $x^2+x<2$;

4) $x(x+3)\geq 2x$ и $x^2(x+3)\geq 2x^2$.

№154. Решить уравнение.

1) $x+1=\sqrt{1-x}$;

3) $\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}$.

№158.

1) $\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}=2$;

2) $\sqrt{12+x}+\sqrt{x-2}=9$.

Основная часть.

Игра «Руководители и подчиненные».

Реквизиты: мяч, разноцветные стикеры, доска, мел.

Правила:

1 шаг. Преподаватель задает теоретический вопрос и кидает мяч в произвольного студента. Студент, поймавший мяч, отвечает на вопрос. Если студент отвечает правильно, преподаватель ему выдает зеленый стикер. В противном случае, студент получает красный стикер. Количество вопросов должно быть от 8-ми до 10-ти. Таким образом, мы получаем несколько «руководителей» (зеленые стикеры) и несколько «штрафников» (красные стикеры)

2 шаг. Шаг 1 повторяется с оставшимися без стикеров студентами. Количество вопросов от 8-ми до 10-ти. Ответившие правильно студенты получают желтые стикеры. А не ответивших студентов должны «спасти» «штрафники». «Штрафники» ответившие правильно на вопрос, получают желтые стикеры, не ответившие остаются с красными стикерами. «Спасенные» и «не спасенные» не получают никаких стикеров. Таким образом, мы получаем «заместителей руководителей» (желтые стикеры) и «подчиненных» (без стикеров).

3 шаг. Каждый «руководитель» выбирает себе «заместителей», чтобы у каждого было относительное ровное количество «заместителей». После этого, вместе с «заместителем», набирают свою команду из «подчиненных» и «штрафников».

4 шаг. На столе разложены 20 карточек с задачами. «Руководители» подходят и выбирают для своей команды по равному количеству задач. Затем задачи распределяются по «подчиненным» с учетом их знаний и навыков.

5 шаг. Решение задач выполняется «подчиненным» под руководством «заместителя». «Штрафникам» дается указание искать в учебниках и лекциях необходимые формулы и примеры. На решение задач дается 5-7 минут.

6 шаг. По истечении отводимого времени, ответы на задачи проверяются устно. За каждый правильный ответ команда получает 1 балл.

7 шаг. Для проверки хода решения задачи, преподаватель наудачу выбирает команду и кидает в их сторону мяч. Преподаватель оглашает какую задачу команде нужно продемонстрировать. «Штрафник» из указанной команды выходит к доске и демонстрирует решение задачи. Если ход решения оказался неверным, полученный балл аннулируется. Количество таких проверок наудачу можно провести 2 или 3 раза. В конце занятия все баллы суммируются и определяется команда победителей. Вознаграждением за активное участие в игре будут оценки «отлично» и «хорошо»

1 блок вопросов:

1) Определение иррационального числа.
2) Перечислите свойства степеней.
3) Перечислите свойства корня натуральной степени.
4) Сколько корней имеет трехчлен $x^4 - 8x^2 + 16$?
5) В каком случае геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей?
6) Укажите промежутки монотонности функции $y=x^2$.
7) Озвучьте формулу дискриминанта квадратного уравнения.
8) Вычислите устно $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$.
9) Какое число больше: $\frac{2}{3}$ или $\frac{3}{4}$?
10) Что нужно сделать, чтобы избавиться от иррациональности в уравнении?

2 блок вопросов:

1) Какой буквой обозначается множество действительных чисел?
2) Что такое область определения функции?
3) Озвучьте формулу квадрата разности.
4) Что можно сказать о функции, если выполняется равенство $f(-x)=f(x)$?
5) Как ведут себя графики взаимно обратных функций?

6) Обратима ли функция $y=x^2$ при $x<0$?
7) Какое из чисел больше: $2\sqrt{3}$ или $3\sqrt{2}$?
8) Озвучьте формулу суммы бесконечно убывающей функции.
9) Упростите выражение: $12(3 + x) - 4(5x - 6)$.
10) Приведите формулу корней квадратного уравнения.

Карточки с заданиями.
1) Решить уравнение: $\sqrt{3-x}=\sqrt{x^2-5x-2}$.
2) Решить уравнение: $\sqrt{x^2-5x+6}\cdot(x^2-2x-1)=0$.
3) Решить уравнение: $\sqrt{\frac{12}{2x-14}}=\frac{1}{10}$.
4) Решить неравенство: $\sqrt{x^2-6x}<8+2x$.
5) Решить неравенство: $\sqrt{24-10x}<3-4x$.
6) Решите неравенство: $\sqrt{x+3}>x+1$.
7) Решите неравенство: $\sqrt{x^2-2x+1}\geq\sqrt{3-x}$.
8) Равносильны ли уравнения $\frac{1}{5}(2x-1)=1$ и $\frac{3x-1}{8}=1$?
9) Равносильны ли уравнения $(x-5)^2=3(x-5)$ и $x-5=3$?
10) Установить, какое из двух уравнений является следствием другого уравнения: $|x|=\sqrt{5}$ и $\sqrt{x^2}=5$.
11) Установить, какое из двух уравнений является следствием другого уравнения: $\frac{x-2}{x+3}=\frac{x-3}{x+2}$ и $(x-2)(x+2)=(x-3)(x+3)$.
12) Равносильны ли неравенства $2x-1\geq2$ и $2(x-1)\geq1$?
13) Равносильны ли неравенства $(x-2)(x+1)<3x+3$ и $x-2<3$?
14) Найти корни уравнения $\frac{3}{x-1}-\frac{4x-1}{x+1}=\frac{x^2+5}{x^2-1}-5$.
15) Найти корни уравнения $\frac{x+2}{x-2}-\frac{x(x-4)}{x^2-4}=\frac{x-2}{x+2}-\frac{4(3+x)}{4-x^2}$.
16) Решить неравенство: $x^3-3x^2-4x+12>-3x^3+x^2+12x-4$.
17) Решить неравенство: $x^3-3x^2+2x-6>2x^3-x^2+4x-2$.
18) Решить уравнение: $\sqrt{x-4}=\sqrt{x-3}-\sqrt{2x-1}$.
19) Решить уравнение $\sqrt[6]{1-x}-5\sqrt[3]{1-x}=-6$.
20) Решить уравнение $\sqrt{x-3}=3\sqrt[4]{x-3}+4$.

Домашнее задание: №142, 143, 167, 162.

Итог:

В ходе занятия вы научились взаимодействовать друг с другом в качестве руководителей и подчиненных. Возможно, кто-то обнаружил в себе лидерские качества, а кто-то показал себя как отличный исполнитель. Этот опыт, думаю, был полезен для каждого тем, что вы узнали себя и своих товарищей еще лучше и глубже.

Отвечая на теоретические вопросы, мы с вами еще раз укрепили и проверили ваши знания по математике. Если что-то из вашей памяти стерлось, это была прекрасная возможность восстановить знания.

Решая упражнения по теме в команде, вы упрочили навыки по решению уравнений и неравенств. Если кто-то что-то не смог понять вовремя лекционного занятия и после самостоятельного изучения темы, то вам помогли ваши товарищи понять и решить задания.

В итоге, цели и задачи сегодняшнего занятия были достигнуты сполна.